

BÖLÜM:28

DOĞRU AKIM DEVRELERİ



1

DOĞRU AKIM DEVRELERİ

Elektromotor Kuvveti (EMK)

Başka enerji türlerinden (kimyasal, mekanik, manyetik, ışık, vb.) elde edilen elektrik potansiyel farkına **elektromotor kuvveti** denir.

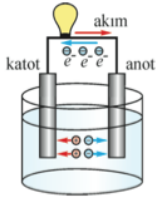


- Kısaca **emk** denir ve \mathcal{E} ile gösterilir.
(Aslında kuvvet değil, bir potansiyel farkıdır.)
- Devre elemanı olarak emk $\begin{array}{c} + \\ | \\ - \end{array}$ sembolüyle gösterilir.

2

- **Kimyasal EMK kaynağı:** Batarya ve aküler.

Galvanik pilde elektrolit sıvı içine gömülü farklı iki metal elektrot (çinko ve bakır) arasında bir potansiyel farkı oluşur.



Daha yüksek potansiyelde olan (pozitif) uca **katot**, diğer negatif uca **anot** denir.

Akım katottan anoda, yani pozitif uçtan negatife doğru olur.

Pilin içinde akım buna ters yönde giderek çevrimi tamamlar.

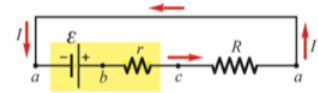
- Bataryanın emk değeri (\mathcal{E}) sabittir, bataryanın boyutlarını artırsanız da değişmez.

Ancak birkaç bataryayı seri bağlayarak artırılabilir.
(Örneğin, 6 hücreli bir otomobil aküsünde 12 V.)

3

İç Direnç ve Uç Voltajı:

Bir emk kaynağı R direncine bağlandığında, batarya içinde de bir r iç direnci oluşur. (Çünkü, batarya içindeki elektrolit sıvıda elektronların hareketliliği sınırlıdır.)



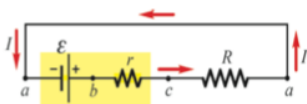
Basit bir devre: İç direnci r olan bir \mathcal{E} emk kaynağına bağlı R direnci.

Bataryanın (-) ucunun potansiyeli V_a olsun.

a ucundan başlayarak devreyi dolanıp tekrar aynı yere geldiğinde potansiyel yine V_a olmalıdır.

$$V_{aa} = V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$$

4



$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$$

$V_{ab} = +\mathcal{E}$: Çünkü, b ucu daha yüksek potansiyelde.

$V_{bc} = -rI$ Çünkü, c ucu b den düşük potansiyelde.

Direnç üzerinden akım yönünde geçerken potansiyel $-rI$ kadar azalır.

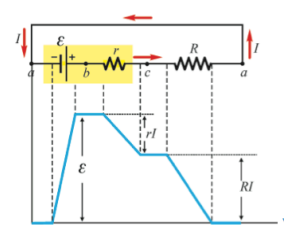
$V_{ca} = -rI$ Çünkü, a ucu c den düşük potansiyelde.

Sonuç: $\mathcal{E} - rI - rI = 0 \rightarrow \mathcal{E} = (R + r)I$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

5

Potansiyelin değişim grafiği \rightarrow



Uç voltajı:

Devre çalışırken, bağlanan R direncinin gördüğü V_{ac} potansiyel farkı.

$$V_{ac} = \mathcal{E} - rI \quad (\text{Uç voltajı})$$

Uç voltajı daima \mathcal{E} değerinden az olur, çünkü r iç direnci üzerindeki potansiyel düşüşünü de hesaba katmak gerekir.

6

Elektrik Devrelerinde Güç ve Enerji

Uçları arasında V potansiyel farkı olan bir devre elemanı üzerinden, dt zaman aralığında dq yükü geçiyor olsun.

Yükün potansiyel enerjisindeki değişim = Yapılan iş: $dU = dqV = dW$

Güç = Birim zamanda yapılan iş:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{V dq}{dt} = V \frac{dq}{dt} \rightarrow P = VI \quad (\text{Güç})$$

Belli bir zaman aralığında harcanan enerji: $dW = P dt$

Direnç üzerinde harcanan güç (Ohm yasası $V = RI$):

$$P = VI = RI^2 \quad (\text{Dirençte ısıya dönüşen güç})$$

Ve dt zaman aralığında harcanan enerji: $dW = P dt = RI^2 dt$

ÖRNEK 28.1 Bataryanın Çıkış Voltajı

Bir batarya, 12 V'luk emk ve 0,05 Ω 'luk iç dirence sahiptir. Bataryanın uçları 3 Ω 'luk bir yük direncine bağlanıyor. (a) Devredeki akımı ve bataryanın çıkış voltajını bulunuz.

(b) Yük direncinde ve bataryanın iç direncinde harcanan gücü hesaplayınız. Batarya tarafından sağlanan güç ne kadardır?

Çözüm Önce Eş. 28.2 sonra Eş. 28.3 ü kullanırsak

Çözüm Yük Direnci tarafından harcanan güç,

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{12,0 \text{ V}}{3,05 \Omega} = 3,93 \text{ A}$$

$$P_R = I^2 R = (3,93 \text{ A})^2 (3 \Omega) = 46,3 \text{ W}$$

ve iç direnc tarafından harcanan güç

$$P_r = I^2 r = (3,93 \text{ A})^2 (0,05 \Omega) = 0,772 \text{ W}$$

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir = 12,0 \text{ V} - (3,93 \text{ A})(0,05 \Omega) = 11,8 \text{ V}$$

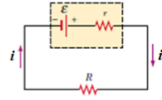
elde ederiz. Bu sonucun doğruluğunu kontrol için, R yük direnci üzerindeki voltaj düşmesini hesaplayabiliriz:

$$\Delta V = IR = (3,93 \text{ A})(3 \Omega) = 11,8 \text{ V}$$

Olur. O halde batarya tarafından sağlanan güç, her iki direnç üzerinde harcanan güçlerin toplamı yani 47,1 W olacaktır. Bu sonuç $P = I\mathcal{E}$ ifadesi kullanılarak kontrol edilebilir.

Örnek : İç direnci $r = 0,25 \Omega$ ve emk' sı $\mathcal{E} = 13 \text{ V}$ olan bir batarya, $R = 3 \Omega$ ' luk bir direncin uçlarına bağlanmıştır.

- a-) Devreden geçen akımı ve bataryanın çıkış gerilimini
b-) Bataryanın devreye sağladığı gücü, dirençler üzerinde birim zamanda açığa çıkan ısı enerjisini hesaplayınız.



$$a-) i = \frac{\mathcal{E}}{r+R} = \frac{13}{0,25+3} = 4 \text{ A}$$

$$V = iR = 4 \cdot 3 = 12 \text{ V} \quad \text{veya} \quad V = \mathcal{E} - ir = 13 - 4 \cdot 0,25 = 12 \text{ V}$$

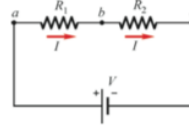
$$b-) P_{\text{batarya}} = i\mathcal{E} = 4 \cdot 13 = 52 \text{ W}$$

$$P_R = i^2 R = (4)^2 \cdot 3 = 48 \text{ W}$$

$$P_r = i^2 r = (4)^2 \cdot 0,25 = 4 \text{ W}$$

DİRENÇLERİN BAĞLANMASI

Seri Bağlama



R_1 ve R_2 dirençleri başka kola ayrılmadan peşpeşe bağlanmışsa, **seri bağlama**.

Dirençler üzerinden aynı I akımı geçer.

Potansiyel farkları ve Ohm yasası yazılır:

$$V_{ac} = V_{ab} + V_{bc}$$

$$V = R_1 I + R_2 I$$

$R_{\text{eş}}$ direnci aynı V potansiyel farkı altında aynı I akımını çekmelidir:

$$V = R_{\text{eş}} I \rightarrow R_{\text{eş}} = R_1 + R_2$$

Bu sonuç ikiden fazla direnç için de geçerlidir:



$$R_{\text{eş}} = R_1 + R_2 + \dots + R_N \quad (\text{Seri bağlama})$$

(a)

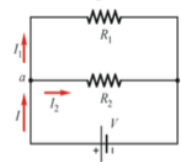
$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

(b)

$$R_{\text{eş}} = R_1 + R_2$$

(c)

Paralel Bağlama



R_1 ve R_2 dirençleri aynı bir V potansiyel farkına bağlı ise **paralel bağlama**.

Dirençler üzerindeki akımlar farklı olacaktır:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad I_2 = \frac{V}{R_2}$$

Bataryadan çekilen toplam akım $I = I_1 + I_2$ olur.

Aynı uçlar arasında konulan eşdeğer direnç aynı toplam akımı çekmelidir:

$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{V}{R_{\text{eş}}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{\text{eş}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Bu ispat ikiden fazla direnç için de geçerlidir:



$$\frac{1}{R_{\text{eş}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad (\text{Paralel bağlama})$$

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$

$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

(a) (b) (c)

13

Örnek : Şekilde verilen devrenin, a ve b uçları arasındaki eşdeğer direncini bulunuz.

5 ve 6 nolu dirençler paralel: $R_{56} = 20 \Omega$

3, 4 ve R_{56} dirençleri birbirine seri: $R_{3456} = 40 \Omega$

2 ve R_{3456} dirençleri paralel: $R_{23456} = 20 \Omega$

1 ve R_{23456} dirençleri seri: $R_{ab} = 40 \Omega$

13

Örnek : Şekilde verilen devrenin, a ve b uçları arasındaki eşdeğer direncini bulunuz.

(1 ile 2) ve (8 ile 9) nolu dirençler seri:
 $R_{12} = 12 \Omega$ ve $R_{89} = 12 \Omega$

(4 ile R_{12}) ve (7 ile R_{89}) dirençleri paralel:
 $R_{124} = 6 \Omega$ ve $R_{789} = 4 \Omega$

6 ve R_{789} dirençleri seri: $R_{6789} = 18 \Omega$

5 ve R_{6789} dirençleri paralel: $R_{56789} = 6 \Omega$

3 ve R_{56789} dirençleri seri: $R_{356789} = 12 \Omega$

R_{124} ve R_{356789} paralel: $R_{ab} = 4 \Omega$

13

ÖRNEK 28.5 Simetri Metodu ile R_{eq} 'in bulunması

Şekil 28.8a da gösterildiği gibi bağlanan beş adet direnç veriliyor. a ve b noktaları arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

Çözüm Bu tip problemlerde, a düğüm noktasına giren bir akımın var olduğunu farz etmek ve daha sonra simetri özelliğini uygulamak uygundur. Devredeki simetri-

Şekil 28.8 Bu devredeki simetriden dolayı, 5Ω luk direnç a ve b noktaları arasındaki dirence katkıda bulunmaz ve dikkate alınmayabilir.

den dolayı (dış ilmekteki bütün dirençler 1Ω 'dur.) devrenin ac ve ad kollarındaki akımlar birbirine eşit olmalıdır. Bu nedenle c ve d noktalarındaki potansiyeller de eşit olacaktır. $\Delta V_{cd} = 0$ olduğundan, c ve d noktaları, Şekil 28.8b'deki gibi, devreyi etkilemeksizin birbirlerine bağlanabilirler. Böylece 5Ω luk direnç devreden çıkarılabilir ve devre Şekil 28.8c ve 28.8d'de gösterilenlere indirgenir. Şekil 28.8d'deki indirgenmiş devreden görüldüğü gibi, bileşik devrenin eş değer direnci 1Ω 'dur. Burada dikkat edilmelidir ki, c ve d noktaları arasındaki direncin değeri ne olursa olsun sonuç 1Ω 'dur.

13

Kirchhoff Kuralları

1. Herhangi bir düğüm noktasına gelen akımların toplamı, bu düğüm noktasından çıkan akımların toplamına eşit olmalıdır.

$\sum I_{gel} = \sum I_{çık}$ ★

2. Herhangi bir kapalı devre boyunca bütün devre elemanlarının uçları arasındaki potansiyel farklarının cebirsel toplamı sıfır olmalıdır.

$\sum_{\text{Kapalı ilmek}} \Delta V = 0$ ★

17

18

□ Kirchhoff ilmek yasası için kurallar



Direnç Kuralı :

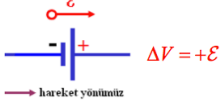
Bir direnç üzerinden geçen akımla **aynı yönde** hareket ediyorsak, direnç üzerindeki potansiyel değişimi:

$$\Delta V = -iR$$



Bir direnç üzerinden geçen akımla **ters yönde** hareket ediyorsak, direnç üzerindeki potansiyel değişimi:

$$\Delta V = +iR$$



EMK Kuralı :

İdeal bir kaynak üzerinde, **emk'nın yönünde** hareket ediyorsak, kaynak üzerindeki potansiyel değişimi:

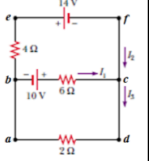
$$\Delta V = +\varepsilon$$



İdeal bir kaynak üzerinde, **emk'nın tersi yönde** hareket ediyorsak, kaynak üzerindeki potansiyel değişimi:

$$\Delta V = -\varepsilon$$

Örnek : Şekilde iki halkalı bir devre verilmiştir. Devredeki kollarından geçen I_1, I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz. a ve c noktaları arasındaki potansiyel farkını ($V_{ca} = V_c - V_a$) üç farklı yolu takip ederek hesaplayınız.



Kirchhoff'un çevrim ve kavşak kurallarından, $abcd$ halkası için: $10 - 6I_1 - 2I_3 = 0 \rightarrow 3I_1 + I_3 = 5$ (Eş-1)

$bcef$ halkası için: $10 - 6I_1 + 14 + 4I_2 = 0 \rightarrow 3I_1 - 2I_2 = 12$ (Eş-2)

c kavşağı için: $I_1 + I_2 = I_3$ (Eş-3)

Eş-1 ve Eş-2' den, I_2 ve I_3 çekilip Eş-3' te yerine konursa,

$$I_1 = 2 \text{ A} \rightarrow I_2 = -3 \text{ A} \rightarrow I_3 = -1 \text{ A}$$

bulunur. I_1 akımının başlangıç yönü doğru, I_2 ve I_3 akımlarının başlangıç yönleri ise ters seçilmiş.

$$adc \text{ yolu: } V_a + 2I_3 = V_c \rightarrow V_c - V_a = 2I_3 = 2(-1) = -2 \text{ V}$$

$$abc \text{ yolu: } V_a + 10 - 6I_1 = V_c \rightarrow V_c - V_a = 10 - 6I_1 = 10 - 6(2) = -2 \text{ V}$$

$$abefc \text{ yolu: } V_a - 4I_2 - 14 = V_c \rightarrow V_c - V_a = -14 - 4I_2 = -14 - 4(-3) = -2 \text{ V}$$

Örnek : Kararlı denge durumunda, yandaki devrede gösterilen tüm akımları hesaplayınız. Kapasitör üzerindeki maksimum yük ne kadardır?

Devre kararlı duruma ulaştığında, kapasitörün bulunduğu koldan akım geçmez. Yani, $I_5 = 0$ ve $I_4 = I_1$ olur.

Kirchhoff'un çevrim ve kavşak kurallarından,

$$defc \text{ halkası için: } 4 - 3I_2 - 5I_3 = 0 \rightarrow 3I_2 + 5I_3 = 4 \quad (\text{Eş-1})$$

$$gbcf \text{ halkası için: } 8 + 3I_2 - 5I_1 = 0 \rightarrow 5I_1 - 3I_2 = 8 \quad (\text{Eş-2})$$

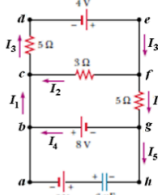
$$c \text{ kavşağı için: } I_1 + I_2 = I_3 \quad (\text{Eş-3})$$

Eş-1' den I_3 ve Eş-2' den I_1 çekilip Eş-3' te yerine konursa:

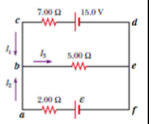
$$\frac{8 + 3I_2}{5} + I_2 = \frac{4 - 3I_2}{5} \rightarrow I_2 \frac{11}{5} = -\frac{4}{5} \rightarrow I_2 = -\frac{4}{11} \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{8 + 3I_2}{5} = \frac{8 + 3\left(-\frac{4}{11}\right)}{5} = \frac{76}{55} \text{ A} \quad \text{ve} \quad I_3 = \frac{4 - 3I_2}{5} = \frac{4 - 3\left(-\frac{4}{11}\right)}{5} = \frac{56}{55} \text{ A}$$

$$ahgb \text{ halkası için: } 3 - \frac{q_m}{C} + 8 = 0 \rightarrow q_m = 11C = 11 * (6 \times 10^{-6}) = 66 \mu\text{C}$$



Örnek : Şekilde iki halkalı bir devre verilmiştir. be kolundan geçen I_3 akımı 2 A olduğuna göre, diğer kollarından geçen I_1 ve I_2 akımlarını, af kolu üzerindeki bataryanın emk' sı bulunuz. a ve d noktaları arasındaki potansiyel farkını ($V_{da} = V_d - V_a$) üç farklı yolu takip ederek hesaplayınız.



Kirchhoff'un çevrim ve kavşak kurallarından,

$$befa \text{ halkası için: } -5I_3 + \varepsilon - 2I_2 = 0 \rightarrow \varepsilon - 2I_2 = 10 \quad (\text{Eş-1})$$

$$bedc \text{ halkası için: } -5I_3 + 15 - 7I_1 = 0 \rightarrow 7I_1 = 15 - 10 \rightarrow I_1 = \frac{5}{7} \text{ A}$$

$$b \text{ kavşağı için: } I_1 + I_2 = I_3 = 2 \quad (\text{Eş-2})$$

$$I_1 \text{ in değeri Eş-2' de kullanılırsa: } I_1 + I_2 = 2 \rightarrow I_2 = 2 - \left(\frac{5}{7}\right) = \frac{9}{7} \text{ A}$$

$$\varepsilon - 2I_2 = 10 \rightarrow \varepsilon = 10 + 2\left(\frac{9}{7}\right) = \frac{88}{7} \text{ V} \quad \text{bulunur.}$$

$$afed \text{ yolu: } V_a + 2I_2 - \varepsilon = V_d \rightarrow V_d - V_a = 2\left(\frac{9}{7}\right) - \frac{88}{7} = -10 \text{ V}$$

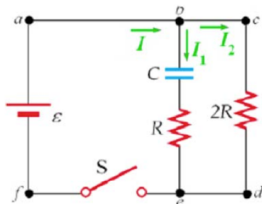
$$abcd \text{ yolu: } V_a - 5I_3 = V_d \rightarrow V_d - V_a = -5(2) = -10 \text{ V}$$

$$abcd \text{ yolu: } V_a + 7I_1 - 15 = V_d \rightarrow V_d - V_a = 7\left(\frac{5}{7}\right) - 15 = -10 \text{ V}$$

Örnek: Şekilde verilen devrede kondansatör yüksüz olup, $t = 0$ anında S anahtarı kapatılıyor.

a) Devreden geçen I akımını, zamanın fonksiyonu olarak verilenler cinsinden bulunuz ve $I = f(t)$ grafiğini çiziniz.

b) Devre kararlı hale geldikten sonra S anahtarı açılıyor. Kondansatör üzerindeki yük miktarının yarıya düşmesi için geçen zamanı bulunuz.



$$a) \text{ b düğüm noktası için: } I = I_1 + I_2$$

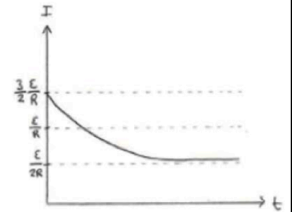
$$acdfa \text{ ilmeği için: } \varepsilon - I_2 \cdot 2R = 0 \rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{2R}$$

$$I(t) = I_1(t) + I_2$$

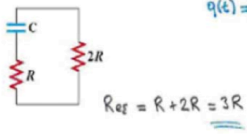
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} + \frac{\varepsilon}{2R}$$

$$t=0 \text{ için } I(0) = \frac{\varepsilon}{R} + \frac{\varepsilon}{2R} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon}{R}$$

$$t \rightarrow \infty \text{ için } I(\infty) = \frac{\varepsilon}{2R} \quad (\tilde{e}^{-\infty} = 0)$$



b) $q(t) = Q e^{-t/RC}$



$$q(t) = \frac{Q}{2} ; \quad \frac{Q}{2} = Q e^{-t/3RC} \quad \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{t}{3RC}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-t/3RC} \quad t = -3RC \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = 3RC \ln 2$$

25

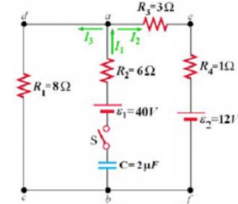
Örnek: Şekil'de verilen devrede kondansatör başlangıçta yüksüz olup, $t = 0$ anında S anahtarı kapatılıyor.

a) S anahtarının kapatılmasından hemen sonra I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

b) S anahtarının kapatılmasından uzun süre sonra I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

c) S anahtarının kapatılmasından uzun süre sonra a ve b noktaları arasındaki potansiyel farkını hesaplayınız.

d) S anahtarının kapatılmasından uzun süre sonra kondansatörün yükünü hesaplayınız.



26

a) a düğüm noktası için: $I_1 = I_2 + I_3$ (1)

adcba ilmeği için: $-I_3 R_1 + \epsilon_1 - I_1 R_2 = 0$

$$-8I_3 + 40 - 6I_1 = 0$$

$$6I_1 + 8I_3 = 40 \quad (2)$$

abfea ilmeği için: $I_1 R_2 - \epsilon_1 + \epsilon_2 + I_1 R_4 + I_2 R_3 = 0$

$$6I_1 - 40 + 12 + I_1 + 3I_2 = 0$$

$$6I_1 + 4I_2 = 28 \quad (3)$$

(1), (2) ve (3) numaralı denklemlerden: $I_1 = 3,7(A)$ $I_2 = 1,5(A)$ $I_3 = 2,2(A)$

27

b) Kararlı akım durumunda ab kolundan akım geçmez. $I_1 = 0$

defcd ilmeği için: $-I_2 R_3 - I_2 R_4 - 12 - I_2 R_1 = 0$

$$-3I_2 - I_2 - 12 - 8I_2 = 0$$

$$I_2 = -1(A)$$

$$I_3 = 1(A)$$

c) $V_a - I_3 R_1 = V_b$

$$V_a - V_b = 8(V)$$

28

d) $V_a - \epsilon_1 + V_c = V_b$

$$V_a - V_b = \epsilon_1 - V_c$$

$$8 = 40 - V_c$$

$$V_c = 32(V)$$

$$Q = CV_c$$

$$Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 32$$

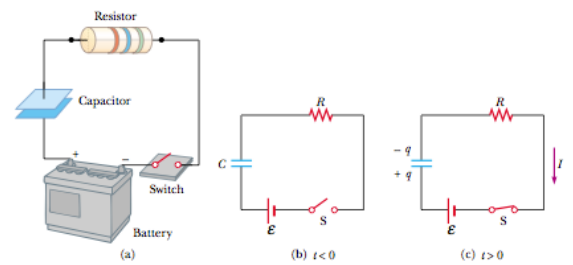
$$Q = 64 \cdot 10^{-6} C$$

$$Q = 64 \mu C$$

29

R-C Devreleri

□ Bir kondansatörün yüklenmesi



Active Figure 28.19 (a) A capacitor in series with a resistor, switch, and battery. (b) Circuit diagram representing this system at time $t < 0$, before the switch is closed. (c) Circuit diagram at time $t > 0$, after the switch has been closed.

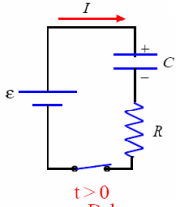
30

R-C Devreleri

□ Bir kondansatörün yüklenmesi

Kirchhoff'un ilmek kuralını uygulayalım (saat yönünde).

$$\varepsilon - IR - \frac{q}{C} = 0$$



Kondansatör üzerindeki voltaj düşmesi q/C dir. Negatif işaret kondansatörün + tarafından - tarafına geçtiğimizi gösterir.

$t=0$ da kondansatör üzerindeki yük sıfırdır, ve potansiyel düşmesi tümüyle direnç üzerinden olur.

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$t > 0$

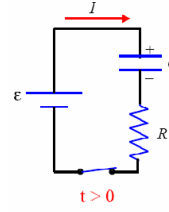
Daha sonra kondansatör tamamen yüklenecek ve potansiyel düşmesi tümüyle kondansatör üzerinden olacak. Böylece akım **sıfır** olacak ve

$$Q = C\varepsilon \text{ olur.}$$

14 31

R-C Devreleri

□ Bir kondansatörün yüklenmesi



$$\varepsilon - IR - \frac{q}{C} = 0 \text{ or } I = \frac{\varepsilon - \frac{q}{C}}{R}$$

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ Ifadesini kullanalım } \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon - \frac{q}{C}}{R}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon C - q}{RC} \text{ or } \frac{dq}{(q - C\varepsilon)} = -\frac{1}{RC} dt$$

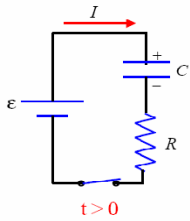
$$\int_0^q \frac{dq}{(q - C\varepsilon)} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

32

R-C Devreleri

□ Bir kondansatörün yüklenmesi



$$\ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q(t) = C\varepsilon (1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC})$$

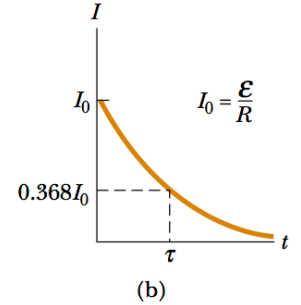
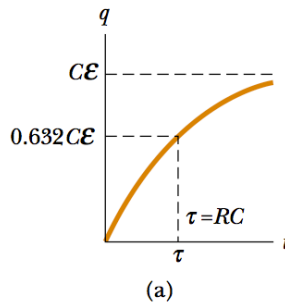
$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

Devrede RC zaman sabitidir, τ ile ifade edilir. Zamanın birimlerine sahiptir.

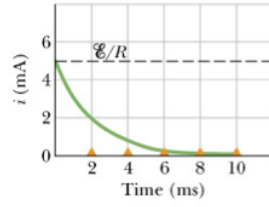
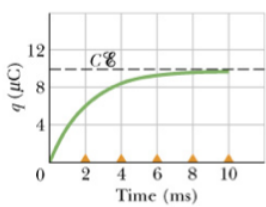
33

□ Bir kondansatörün yüklenmesi

$$q(t) = \varepsilon C (1 - e^{-t/\tau}) \quad i = \frac{dq}{dt} \rightarrow i(t) = \left(\frac{\varepsilon}{R}\right) e^{-t/\tau}$$



34



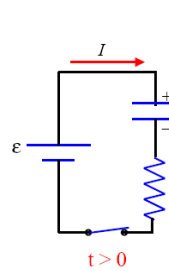
$$q(t) = \varepsilon C (1 - e^{-t/\tau})$$

$\tau = RC$ dir ve devrenin "zaman sabiti"

olarak tanımlanır. Bu süre içinde kapasitördeki yük maksimum değerinin 0.632 katına ulaşır. Bir diğer nicelik ise, $T_{1/2} = RC \ln(2)$ eşitliği ile tanımlanan "yarılanma zamanı" dır ve kapasitörün yarı yarıya dolması için geçen süre olarak tanımlanır. Kapasitör üzerinde biriken yükün zamana bağlı değişimi şekil-a' da verilmiştir.

R-C Devreleri

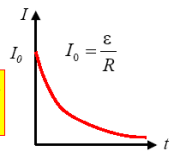
□ Bir kondansatörün yüklenmesi



$$q(t) = C\varepsilon (1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC})$$

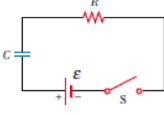
$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$



36

Örnek : Şıgası C olan yüksüz bir kapasitör, emk' sı \mathcal{E} olan bir batarya ile, şekildeki gibi, R direnci üzerinden yükleniyor. $C = 5 \mu\text{F}$, $R = 8 \times 10^5 \Omega$ ve $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ olduğuna göre, devrenin zaman sabitini, yarılanma süresini, kapasitördeki maksimum yükü ve devredeki maksimum akımı bulunuz. Anahtar kapatıldıktan τ kadar sonra, kapasitördeki yük ve devredeki akım ne olur?



$$q(t) = \mathcal{E}C(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{ve} \quad i(t) = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC = (8 \times 10^5) * (5 \times 10^{-6}) = 4 \text{ s}$$

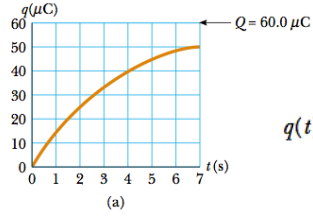
$$T_{1/2} = RC \ln 2 = 4 \ln 2 = 2.77 \text{ s}$$

$$q_{\text{max}} = \mathcal{E}C = 12(5 \times 10^{-6}) = 60 \mu\text{C}$$

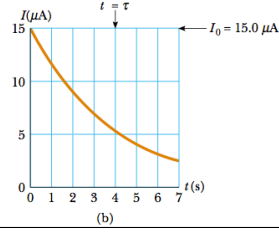
$$i_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12}{8 \times 10^5} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ A} = 15 \mu\text{A}$$

$$q(t) = 12(5 \times 10^{-6})(1 - e^{-t/4}) = 60 \times 10^{-6}(1 - e^{-t/4}) = 37.9 \mu\text{C}$$

$$i(t) = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)e^{-t/\tau} = \frac{12}{8 \times 10^5}e^{-t/4} = 0.552 \times 10^{-5} = 5.52 \mu\text{A}$$



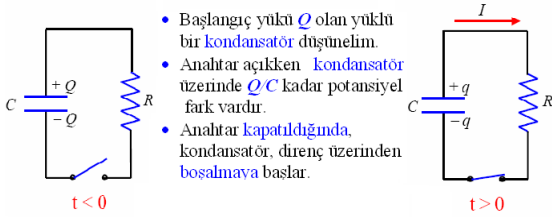
$$q(t) = (60.0 \mu\text{C})(1 - e^{-t/4.00 \text{ s}})$$



$$I(t) = (15.0 \mu\text{A})e^{-t/4.00 \text{ s}}$$

R-C Devreleri

□ Bir kondansatörün boşalması

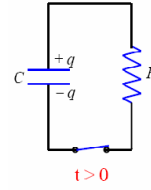


- Başlangıç yükü Q olan yüklü bir kondansatör düşünelim.
- Anahtar açıldıkça kondansatör üzerinde Q/C kadar potansiyel fark vardır.
- Anahtar kapatıldığında, kondansatör, direnç üzerinden boşalmaya başlar.

R-C Devreleri

□ Bir kondansatörün boşalması

Bir süre sonra devrede bir I akımı var olur ve kondansatör üzerindeki yük q olur.



Kirchhoff'un ilmek kuralı (saat yönünde)

$$\frac{q}{C} - IR = 0 \quad \text{or} \quad IR = \frac{q}{C} \quad \text{verir.}$$

Akım kondansatör üzerindeki yükün azalma oranı olmalıdır.

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} \quad \text{or} \quad \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$$

R-C Devreleri

□ Bir kondansatörün boşalması

$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} \quad \text{or} \quad \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$$

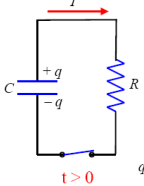
Integrating gives

$$\int \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int dt$$

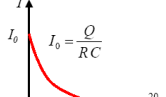
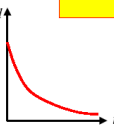
$$\ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

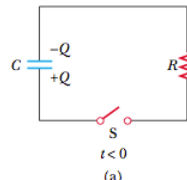
$$I(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{Q}{RC}e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC}$$



$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

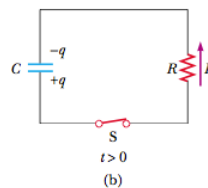


□ Bir kondansatörün boşalması



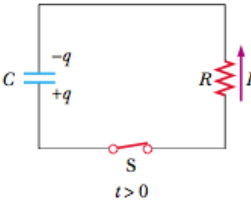
$$-\frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = dq/dt$$



$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$$



A circuit diagram showing a capacitor with charge $+q$ and $-q$ connected in series with a resistor R and a switch S . The switch is closed at $t > 0$. The current I flows through the resistor.

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(Qe^{-t/RC}) = -\frac{Q}{RC}e^{-t/RC}$$

★ ★ ★

43

Örnek : Şırası C olan bir kapasitörün R direnci üzerinden boşaldığını varsayalım.

a-) Kapasitördeki yük ne kadar zamanda maksimum değerinin $1/4'$ üne düşer.

b-) Kapasitördeki enerji ne kadar zamanda maksimum değerinin $1/4'$ üne düşer.

a-) $q(t) = q_m e^{-t/RC} \rightarrow \frac{q_m}{4} = q_m e^{-t/RC} \rightarrow -\ln 4 = -\frac{t}{RC}$

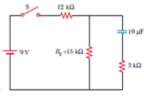
$$t = RC \ln 4 = 1.39RC = 1.39\tau$$

b-) $U(t) = \frac{1}{2} \frac{q(t)^2}{C} \rightarrow U(t) = \frac{q_m^2 e^{-2t/RC}}{2C} \rightarrow \frac{q_m^2}{4(2C)} = \frac{q_m^2 e^{-2t/RC}}{2C}$

$$-\ln 4 = -\frac{2t}{RC} \rightarrow t = \frac{RC}{2} \ln 4 = RC \ln 2 = 0.693RC = 0.693\tau$$

44

Örnek : Yanda verilen devredeki S anahtarı, kapasitör tamamen doluncaya kadar tutulsun. Her direnç üzerindeki kararlı akımı ve kapasitör üzerindeki yükü bulunuz. $t = 0$ anında anahtar açılırsa, R_2 direnci üzerinden geçen akımı zamanın fonksiyonu olarak bulunuz ve kapasitör üzerindeki yükün maksimum değerinin $1/5'$ ine düşmesi için geçen süreyi hesaplayınız.



A circuit diagram with a 9V source, a switch S, a 12 kΩ resistor, a 15 kΩ resistor R_2 , a 10 μF capacitor, and a 3 kΩ resistor.

Devre kararlı duruma ulaştığında, kapasitörün bulunduğu koldan akım geçmez. 12 kΩ ve R_2 dirençleri üzerinden aynı akım geçer:

$$i = \frac{9}{27 \times 10^3} = \frac{1}{3} \times 10^{-3} = 0.33 \text{ mA}$$

$$V_C = iR_2 = \frac{q_m}{C} \rightarrow q_m = \left(\frac{1}{3} \times 10^{-3}\right) * (15 \times 10^3) * (10 \times 10^{-6}) = 50 \mu\text{C}$$


$t = 0$ anında anahtar açılırsa, kapasitör birbirine seri bağlı 15 kΩ ve 3 kΩ' luk dirençler üzerinden boşalacaktır.

$$q(t) = q_m e^{-t/R_{eq}C} \rightarrow i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_m}{R_{eq}C} e^{-t/R_{eq}C}$$

$$\frac{q_m}{5} = q_m e^{-t/R_{eq}C} \rightarrow t = R_{eq}C \ln 5 = (18 \times 10^3) * (10 \times 10^{-6}) \ln 5 = 290 \times 10^{-3} = 0.29 \text{ ms}$$

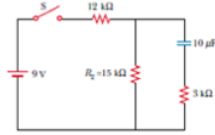
45

Örnek : Yanda verilen devredeki S anahtarı, kapasitör tamamen doluncaya kadar tutulsun. Her direnç üzerindeki kararlı akımı ve kapasitör üzerindeki yükü bulunuz. $t = 0$ anında anahtar açılırsa, R_2 direnci üzerinden geçen akımı zamanın fonksiyonu olarak bulunuz ve kapasitör üzerindeki yükün maksimum değerinin $1/5'$ ine düşmesi için geçen süreyi hesaplayınız.



A circuit diagram with a 9V source, a switch S, a 12 kΩ resistor, a 15 kΩ resistor R_2 , a 10 μF capacitor, and a 3 kΩ resistor.

46



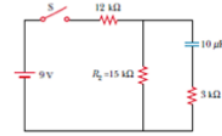
A circuit diagram with a 9V source, a switch S, a 12 kΩ resistor, a 15 kΩ resistor R_2 , a 10 μF capacitor, and a 3 kΩ resistor.

Devre kararlı duruma ulaştığında, kapasitörün bulunduğu koldan akım geçmez. 12 kΩ ve R_2 dirençleri üzerinden aynı akım geçer:

$$i = \frac{9}{27 \times 10^3} = \frac{1}{3} \times 10^{-3} = 0.33 \text{ mA}$$

$$V_C = iR_2 = \frac{q_m}{C} \rightarrow q_m = \left(\frac{1}{3} \times 10^{-3}\right) * (15 \times 10^3) * (10 \times 10^{-6}) = 50 \mu\text{C}$$

47



A circuit diagram with a 9V source, a switch S, a 12 kΩ resistor, a 15 kΩ resistor R_2 , a 10 μF capacitor, and a 3 kΩ resistor.

$t = 0$ anında anahtar açılırsa, kapasitör birbirine seri bağlı 15 kΩ ve 3 kΩ' luk dirençler üzerinden boşalacaktır.

$$q(t) = q_m e^{-t/R_{eq}C} \rightarrow i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_m}{R_{eq}C} e^{-t/R_{eq}C}$$

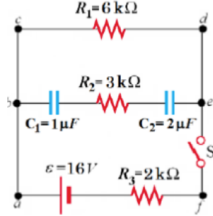
$$\frac{q_m}{5} = q_m e^{-t/R_{eq}C}$$

$$t = R_{eq}C \ln 5 = (18 \times 10^3) * (10 \times 10^{-6}) \ln 5 = 290 \times 10^{-3} = 0.29 \text{ ms}$$

48

Örnek: Şekil'de verilen devrede

- a) S anahtarı uzun bir süre kapalı kaldıktan sonra, her bir dirençten geçen akımı bulunuz.
 b) Her bir kondansatörün yükünü ve R_2 direncinde harcanan gücü bulunuz.
 c) S anahtarı açılırsa, oluşacak deşarj devresinin zaman sabitini bulunuz.
 d) S anahtarı açıldıktan sonra R_1 direncinden geçen akımı, zamana bağlı olarak yazınız.



49

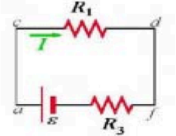
a) Kararlı akım durumunda b-c kolundan akım geçmez. $I_{R_2} = 0$

cdfac ilmeği için: $-IR_1 - IR_3 + \mathcal{E} = 0$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_3}$$

$$I = \frac{16}{(6+2) \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ (A)}$$

$$I_{R_1} = I_{R_3} = 2 \text{ (mA)}$$



b) cdebc ilmeği için: $-IR_1 + \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = 0$

$$-2 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^3 + Q \left(\frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} \right) = 0$$

$$Q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ (C)}$$

$$Q = 8 \text{ (μC)}$$

$$P_{R_2} = I_{R_2}^2 R_2$$

$$P_{R_2} = 0 \quad (I_{R_2} = 0)$$

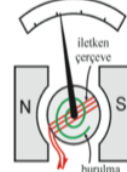
50

ELEKTRİK ÖLÇÜ ALETLERİ

Akım ölçen alete **ampermetre**, potansiyel farkı ölçen alete **voltmetre** ve emk ölçen alete **potansiyometre** denir.

Tüm bu ölçü aletlerinin ortak yapısı → galvanometre.

Galvanometre



Bir mıknatısın kutupları arasında konulan tel çerçevesinden akım geçtiğinde, tel üzerinde akımla orantılı manyetik bir kuvvet oluşur (bkz. Bölüm 20). Kuvvetin dönme momenti çerçeveyi saptırır.

Burulma miktarı da geçen akımla orantılıdır. Burulma açısı ölçülerek akım tayin edilebilir.

Fakat, galvanometreyi oluşturan telin direnci devreden geçen akımı değiştirebilir. O halde, **galvanometrenin direncinin çok küçük olması gerekir.**

52

c) $Z = R_{eq} \cdot C_{eq}$
 $Z = 9 \cdot 10^3 \cdot 6,66 \cdot 10^{-7}$
 $Z = 6 \cdot 10^{-1} \text{ (s)}$
 $Z = 6 \text{ (ms)}$

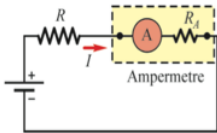
$R_{eq} = R_1 + R_2$
 $R_{eq} = 3 \text{ (kΩ)}$
 $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
 $C_{eq} = 6,66 \cdot 10^{-7} \text{ (F)}$

d) $I(t) = -\frac{Q}{Z} e^{-t/Z}$
 $I(t) = -\frac{8 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-1}} e^{-t/0,6}$
 $I(t) = -\frac{1}{3} e^{-10^3 t/6} \text{ (mA)}$

(-) işareti, kondansatör saf deşarj olduğunda akım yönünün, kondansatör deşarj olduğunda akım yönüne ters olduğunu gösterir.

51

Ampermetre



Akım ölçmekte kullanılır.
 Direnci çok küçük olan bir galvanometre.

Ampermetre, akım ölçülecek yere seri bağlanır.

Fakat, geçen akımı etkilememesi için ampermetrenin direnci çok küçük, neredeyse sıfır olmalıdır.

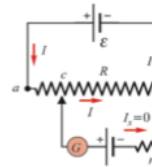
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_A}$$

Ampermetrenin direnci $R_A \ll R$ olursa, akım fazla değişmez.

53

Potansiyometre: Bataryaların emk voltajını ölçmekte kullanılır.

Sorun: Batarya devreye akım vermeye başladığında, uç potansiyeli $V_{ab} = \mathcal{E} - rI$, yani $< \mathcal{E}$ den küçük olur.



Sıfır akımda ölçme yapabilir miyiz? Evet.

Değerleri bilinen \mathcal{E} bataryası ve R direnci.

b ucu ile değiştirilebilen bir c noktası arasında, \mathcal{E}_x değeri ölçülmek istenen emk kaynağı bağlanır.

c noktası değiştirilerek, öyle bir nokta bulunur ki orada \mathcal{E}_x üzerinden geçen I_x akımı sıfır olur.

Bu sıfır durumunda, aynı V_{cb} potansiyel farkını iki kolda hesaplırsak,

$$\left. \begin{aligned} V_{cb} &= R_{cb} I && (R \text{ direncinin } R_{bc} \text{ kadarı}) \\ V_{cb} &= \mathcal{E}_x && (\text{çünkü, } I_x = 0) \end{aligned} \right\} \rightarrow \mathcal{E}_x = R_{bc} I$$

I akımı ve R_{bc} direnci ölçülerek \mathcal{E}_x hesaplanabilir.

54