YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi Bütünleme Sınavı Soru ve Cevap Kağıdı		Not Tablosu				
		1.S-2.S	3.S-4.S	5.S-6.S	7.S	Σ
Adı Soyadı						
Numarası						
Bölümü	CEVAP ANAHTARI	Grup No		Tarih	10.01.2020	
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I		Süre	100 dk	Sınıf	
Öğretim Üyesi				İmza		

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan *"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"* fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1.) $x>0$ için $f(x)=\arcsin\dfrac{x-1}{x+1}-2\arctan\sqrt{x}$ ile verilen f fonksiyonunun sabit bir fonksiyon olduğunu gösteriniz ve fonksiyonun değerini bulunuz. **(11P)**

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}}\cdot\frac{x+1-(x-1)}{(x+1)^2}\quad 2\quad -2\,\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{1+(\sqrt{x})^2}\quad 2$$

$$=\frac{\cancel{x+1}}{\sqrt{(x+1)^2-(x-1)^2}}\cdot\frac{2}{(x+1)^{\cancel{2}}}-\frac{1}{(1+x)\sqrt{x}}\quad 1$$

$$=\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}}\cdot\frac{\cancel{2}}{(x+1)}-\frac{1}{(1+x)\sqrt{x}}=0\quad 1\quad \Rightarrow f(x)\text{ sabit fonksiyon}\quad 1$$

$f(1)=c$ olmalı 1

$$f(1)=\arcsin 0-2\arctan 1=0-2\cdot\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}\quad //\quad 3$$

2.) $\displaystyle\int_1^e\frac{dx}{x\sqrt{1+(\ln x)^2}}$ integralini hesaplayınız. **(14P)**

1 $\ln x=t$, $\dfrac{dx}{x}=dt$ $\qquad x=1\Rightarrow t=0$, $x=e\Rightarrow t=1$ 2 $\qquad I=\displaystyle\int_0^1\frac{dt}{\sqrt{1+t^2}}$ 1

1 $t=\tan u$, $dt=(1+\tan^2 u)\,du$ $\qquad t=0\Rightarrow u=0$, $t=1\Rightarrow u=\dfrac{\pi}{4}$ 2

$$I=\int_0^{\pi/4}\frac{(1+\tan^2 u)}{\sqrt{1+\tan^2 u}}\,du=\int_0^{\pi/4}\sqrt{1+\tan^2 u}\,du\quad 1\quad =\int_0^{\pi/4}\frac{du}{\cos u}\quad 1$$

$$=\ln|\sec u+\tan u|\Big|_0^{\pi/4}\quad 3\quad =\ln\left|\sec\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{4}\right|\quad 1\quad =\ln(\sqrt{2}+1)\quad 1\quad //$$

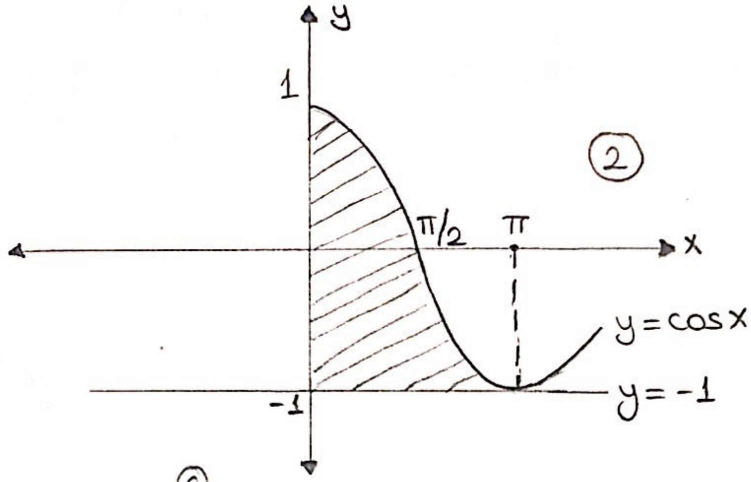
7.) D bölgesi: $y = \cos x$ eğrisi ile üstten, $y = -1$ doğrusu ile alttan, $x = 0$ doğrusu ile soldan sınırlandırılmış olsun. D bölgesini çiziniz.

a) D bölgesinin alanını veren belirli integrali yazınız. (İntegrali hesaplamayınız)

b) D bölgesinin $y = -1$ doğrusu etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali **Disk Yöntemiyle** yazınız. (İntegrali hesaplamayınız)

c) D bölgesinin $y-$ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali **Kabuk Yöntemiyle** yazınız. (İntegrali hesaplamayınız)

a)



$$A = \int_0^{\pi} (\cos x - (-1))\, dx$$

2 1 1 2

b) $$V = \pi \int_0^{\pi} (\cos x + 1)^2\, dx$$

1 2 3 2

c) $$V = 2\pi \int_0^{\pi} x \cdot (\cos x + 1)\, dx$$

1 2 2 2

Başarılar…

5.) $f(x)=\begin{cases} x.e^{-\frac{1}{x^2}} & , \quad x\neq 0 \\ 0 & , \quad x=0 \end{cases}$ fonksiyonunun $f'(0)$ türevini ***türev tanımından*** yararlanarak hesaplayınız. **(10P)**

$$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h} \quad 4$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h.e^{-\frac{1}{h^2}}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{e^{1/h^2}}=0 \quad //$$

2 2 2

6.) $\int\frac{e^{4t}}{e^{2t}+3e^t+2}\,dt$ integralini hesaplayınız. **(15P)**

$e^t=u$ 1

$e^t\,dt=du$

$$I=\int\frac{u^3}{u^2+3u+2}\,du \overset{1}{=} \int\left(u-3+\frac{7u+6}{u^2+3u+2}\right)du \quad 3$$

$$\frac{7u+6}{(u+1)(u+2)}=\frac{A}{u+1}+\frac{B}{u+2} \quad 1$$

$\underline{A=-1}$ 1

$\underline{B=8}$ 1

$$=\int\left(u-3+\frac{-1}{u+1}+\frac{8}{u+2}\right)du \quad 1$$

$$=\frac{u^2}{2}-3u-\ln|u+1|+8\ln|u+2|+c$$

1 1 1 1 1

$$=\frac{e^{2t}}{2}-3e^t-\ln(e^t+1)+8\ln(e^t+2)+C \quad // \quad 1$$

3.) $f(x)=e^{(x-2)^2}$ fonksiyonuna $[1,3]$ aralığında Rolle Teoremi uygulanabilir mi? Eğer uygulanabilir ise teoremi sağlayan x değerini bulunuz. **(10P)**

- $f(x)$, $[1,3]$ de sürekli ①
- $f'(x) = 2(x-2)e^{(x-2)^2}$ ② ; f, $(1,3)$ de türevlenebilir ①
- $f(1)=f(3)=e$ ②

Rolle Teoremi uygulanabilir.

$f'(c) = 2(c-2)\,e^{(c-2)^2} = 0$ ② $\Rightarrow c = 2 \in [1,3]$ ② vardır.

4.) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2}\,dx$ integralini hesaplayınız. **(15P)**

$$I = \lim_{R\to\infty} \int_1^R \frac{\ln x}{x^2}\,dx \quad ④ \qquad \begin{array}{l|l} \ln x = u \;① & \dfrac{dx}{x^2} = dv \;① \\ \dfrac{dx}{x} = du & -\dfrac{1}{x} = v \end{array}$$

$$= \lim_{R\to\infty}\left[-\frac{1}{x}\ln x \Big|_1^R ① + \int_1^R \frac{1}{x^2}\,dx ① \right] = \lim_{R\to\infty}\left[-\frac{1}{x}\ln x - \frac{1}{x}\right]\Big|_1^R ①$$

$$= \lim_{R\to\infty}\left[-\frac{\ln R}{R} - \frac{1}{R} + 1\right] ① = \lim_{R\to\infty} -\underbrace{\frac{\ln R}{R}}_{\frac{\infty}{\infty}\text{ bl.} \Rightarrow \text{L'H } ①} + 1 \quad ①$$

$$= \lim_{R\to\infty} -\frac{\frac{1}{R}}{1} + 1 \quad ②$$

$$= 0 \quad ①$$