



| | | 1.S-2.S | 3.S-4.S | 5.S-6.S | 7.S-8.S | Σ |
|---------------|---------------------|---------|---------|---------|------------|---|
| Adı Soyadı | | | | | | |
| Numarası | | | | | | |
| Bölümü | | Grup No | | Tarih | 23.12.2019 | |
| Dersin Adı | MAT1071 Matematik I | | Süre | 100 dk | Sınıf | |
| Öğretim Üyesi | | | | İmza | | |

YÖK nun 2547 sayılı Kanununun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1.) $y = \int_{-2}^x \sqrt{3t^2 - 1} dt$ ile tanımlı $y = f(x)$ eğrisinin $-2 \leq x \leq -1$ aralığındaki uzunluğunu hesaplayınız.

(10P)

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \quad (1)$$

$$f'(x) = \sqrt{3x^2 - 1} \quad (2)$$

$$1 + (f'(x))^2 = 1 + 3x^2 - 1 = 3x^2$$

$$L = \int_{-2}^{-1} \sqrt{3x^2} dx = \sqrt{3} \int_{-2}^{-1} |x| dx = \sqrt{3} \int_{-2}^{-1} -x dx = \sqrt{3} \left(-\frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-2}^{-1}$$

$$L = \sqrt{3} \left(-\frac{1}{2} + 2 \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ br}$$

2.) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ fonksiyonu $x=3$ noktasında minimum, $x=-1$ noktasında maksimum değer almaktadır. $f(-1) = 7$ olduğuna göre a, b, c sayılarını bulunuz. (10P)

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad (2)$$

$$f'(3) = 0 \Rightarrow 27 + 6a + b = 0 \Rightarrow 6a + b = -27$$

$$f'(-1) = 0 \Rightarrow 3 - 2a + b = 0 \Rightarrow -2a + b = -3$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + c \quad (1)$$

$$\boxed{a = -3} \quad \boxed{b = -9}$$

$$f(-1) = 7 \Rightarrow -1 - 3 + 9 + c = 7$$

$$\Rightarrow \boxed{c = 2} \quad (1)$$

3.) $\int \cos x \cdot \ln(\cos x) dx$ integralini hesaplayınız. (14P)

$$u = \ln(\cos x) \quad \text{①} \quad \left| \quad dv = \cos x dx \quad \text{①} \right.$$

$$du = \frac{-\sin x}{\cos x} dx \quad \text{①} \quad \left| \quad v = \sin x \quad \text{①} \right.$$

$$\int \cos x \cdot \ln(\cos x) dx = \sin x \cdot \ln(\cos x) + \int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx \quad \text{①}$$

$$= \sin x \cdot \ln(\cos x) + \int \frac{(1 - \cos^2 x)}{\cos x} dx \quad \text{②}$$

$$= \sin x \cdot \ln(\cos x) + \int \frac{dx}{\cos x} - \int \cos x dx \quad \text{①}$$

$$= \sin x \cdot \ln(\cos x) + \ln|\sec x + \tan x| - \sin x + C \quad \text{②} \quad \text{①} \quad \text{①} //$$

4.) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{(x+1)^{3/5}}$ integralini hesaplayınız. (11P)

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{(x+1)^{3/5}} = \lim_{c \rightarrow -1^+} \int_c^0 \frac{dx}{(x+1)^{3/5}} \quad \text{⑥}$$

$$\text{①} \quad \begin{array}{l} x+1 = u \\ dx = du \end{array} \quad \begin{array}{l} x=c \Rightarrow u=c+1 \\ x=0 \Rightarrow u=1 \end{array} \quad \text{①} *$$

$$= \lim_{c \rightarrow -1^+} \int_{c+1}^1 u^{-3/5} du = \lim_{c \rightarrow -1^+} \left(\frac{5}{2} \cdot u^{2/5} \right) \Big|_{c+1}^1 \quad \text{①} *$$

$$= \lim_{c \rightarrow -1^+} \frac{5}{2} (1 - (c+1)^{2/5}) = \frac{5}{2} \quad \text{①} *$$

İmproper olduğunu görmeden belirli integral gibi çözüp doğru sonuç bulana \rightarrow Toplam 4 puan
(x'lerin puanları)

Başarılar...

5.) $\int \frac{x^2+5}{x(x^2+2x+5)} dx$ integralini hesaplayınız. (13P)

$$\frac{x^2+5}{x(x^2+2x+5)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+2x+5}$$

$$x^2+5 = (A+B)x^2 + (2A+C)x + 5A$$

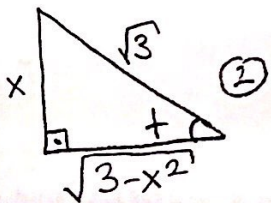
$$\begin{cases} A+B=1 \\ 2A+C=0 \\ 5A=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=0 \\ C=-2 \end{cases}$$

$$\int \frac{x^2+5}{x(x^2+2x+5)} = \int \left[\frac{1}{x} + \frac{-2}{(x+1)^2+4} \right] dx$$

$$= \ln|x| - 2 \cdot \frac{1}{2} \arctan \frac{(x+1)}{2} + C$$

6.) $\int \frac{x^2}{(3-x^2)^{3/2}} dx$ integralini hesaplayınız. (12P)

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{3} \sin t \\ dx &= \sqrt{3} \cos t dt \end{aligned}$$



$$= \int \frac{\sqrt{3} \sin^2 t}{\sqrt{3} (1-\sin^2 t)^{3/2}} \cdot \sqrt{3} \cos t dt$$

$$= \int \frac{\sin^2 t \cdot \cos t}{\cos^3 t} dt = \int \tan^2 t dt$$

$$= \int (\sec^2 t - 1) dt = \tan t - t + C$$

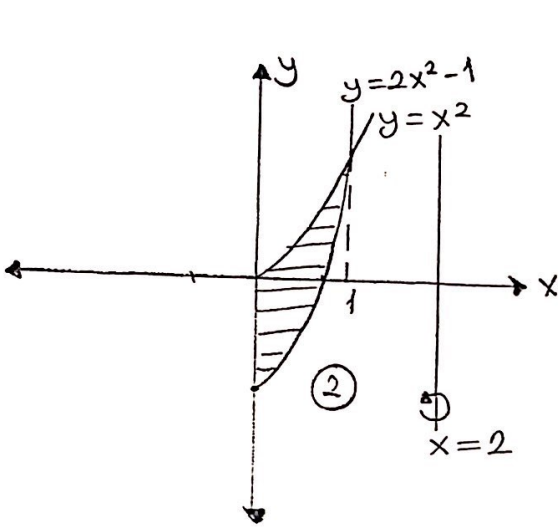
$$= \frac{x}{\sqrt{3-x^2}} - \arcsin \frac{x}{\sqrt{3}} + C$$

7.) $y = 2x^2 - 1$, $y = x^2$, y -ekseni, $x \geq 0$ ile sınırlı D bölgesini çiziniz.

a) D bölgesinin alanını veren belirli integrali yazınız. (İntegrali hesaplamayınız)

b) D bölgesinin $x=2$ doğrusu etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali

Kabuk Yöntemiyle yazınız. (İntegrali hesaplamayınız) (13P)



$$a) A = \int_0^1 [x^2 - (2x^2 - 1)] dx$$

$$b) V = 2\pi \int_0^1 (2-x)(x^2 - 2x^2 + 1) dx$$

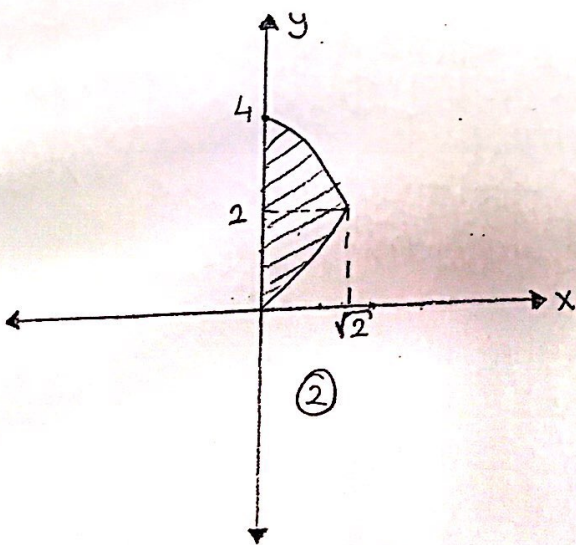
8.) $x = \sqrt{4-y}$, $x = \sqrt{y}$, $x = 0$ ile sınırlı R bölgesini çiziniz.

a) R bölgesinin y -ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali

Disk Yöntemiyle yazınız. (İntegrali hesaplamayınız)

b) R bölgesinin x -ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali

Pul Yöntemiyle yazınız. (İntegrali hesaplamayınız) (17P)



$$a) V = \pi \int_0^2 (\sqrt{y})^2 dy + \pi \int_2^4 (\sqrt{4-y})^2 dy$$

$$b) V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} [(4-x^2)^2 - (x^2)^2] dx$$

Başarılar...