YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi
I. Vize Sınav Soru ve Cevap Kağıdı

		Not Tablosu				
		1.S	**2.S**	**3.S**	**4.S**	Σ
Adı Soyadı						
Numarası						
Bölümü		**Grup No**		**Tarih**	02.11.2019	
Dersin Adı	**MAT1071 Matematik I**		**Süre**	80 dk	**Sınıf**	
Öğretim Üyesi				**İmza**		

1.a) $f(x)=\dfrac{\ln(18-2x^2)}{|2x-5|}+\arcsin(x-3)$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz. **(13P)**

$18-2x^2>0$

$18>2x^2$

$9>x^2$

$(-3,3)$

$2x-5\neq 0$

$x\neq \frac{5}{2}$

$-1\leq x-3\leq 1$

$2\leq x\leq 4$

$[2,4]$

$T.K: \left[2,\frac{5}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2},3\right)$

1.b) $\sqrt[4]{18}$ sayısının yaklaşık değerini lineer yaklaşım veya diferansiyel hesap kullanarak hesaplayınız. **(12P)**

$f(x)=\sqrt[4]{x}\quad,\quad a=16\quad,\quad f(16)=2$

$f'(x)=\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}\quad,\quad f'(16)=\frac{1}{32}$

$f(x)\approx L(x)=f(16)+f'(16)(x-16)$

$L(x)=2+\frac{1}{32}(x-16)$

$f(18)\approx L(18)=2+\frac{1}{32}(18-16)=2+\frac{1}{16}=\frac{33}{16}$

$f(18)\approx\frac{33}{16}$

2) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos x^2}{x^4} & , x<0 \\ \dfrac{2}{\pi}\arcsin x+\dfrac{3}{\pi}\arccos x & , 0\le x\le 1 \\ (x-1)\sin\dfrac{1}{x-1} & , x>1 \end{cases}$ fonksiyonu için:

a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ve $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ limitlerinin varlığını araştırınız. **(L'Hopital Kuralı kullanılmayacaktır)** **(17P)**

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{1-\cos x^2}{x^4}=\lim_{x\to 0^-}\frac{(1-\cos x^2)}{x^4}\cdot\frac{(1+\cos x^2)}{(1+\cos x^2)}=\lim_{x\to 0^-}\underbrace{\frac{\sin^2 x^2}{x^4}}_{1}\cdot\frac{1}{1+\cos x^2}=\frac{1}{2}\ //$$

$$\lim_{x\to 0^+}\left[\frac{2}{\pi}\underbrace{\arcsin x}_{0}+\frac{3}{\pi}\underbrace{\arccos x}_{\frac{\pi}{2}}\right]=\frac{3}{2}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ olduğundan limit mevcut değildir.

$$\lim_{x\to 1^-}\left[\frac{2}{\pi}\underbrace{\arcsin x}_{\frac{\pi}{2}}+\frac{3}{\pi}\underbrace{\arccos x}_{0}\right]=1$$

$$\lim_{x\to 1^+}\underbrace{(x-1)}_{0}\underbrace{\sin\frac{1}{x-1}}_{A,\ -1\le A\le 1}=0$$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ olduğundan limit mevcut değildir.

b) $x=0$ ve $x=1$ noktalarında f fonksiyonunun sürekliliğini araştırıp, süreksizlik olması halinde türünü belirleyiniz. **(8P)**

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ olduğundan $x=0$ da sıçramalı süreksizlik vardır.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ olduğundan $x=1$ de sıçramalı süreksizlik vardır.

3.a) <u>**Kapalı Türetme Yöntemini kullanarak,**</u> $2x + \cos(x+y) = y^2 - \pi$ ile kapalı olarak tanımlı $y = f(x)$ eğrisinin $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ noktasındaki normal doğrusunun denklemini bulunuz. **(12P)**

$2 - (1+y')\sin(x+y) = 2y.y'$

$x = -\frac{\pi}{2}$ ve $y=0$ için;

$2 + (1+y') = 0$

$m_T = y' = -3 \Rightarrow \underline{m_N = \frac{1}{3}}$

N.D.D. $\quad y - 0 = \frac{1}{3}\left(x - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$

$\underline{y = \frac{1}{3}x + \frac{\pi}{6}}$ //

3.b) $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x.\sec x$ fonksiyonunun tersinin mevcut olduğunu gösteriniz ve $\left(f^{-1}\right)'\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ değerini bulunuz. **(13P)**

$f'(x) = \sec x + x.\sec x.\tan x > 0 \quad \left(\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right)$

olduğundan f artandır $\Rightarrow$ f, 1-1 $\Rightarrow$ f 'in tersi mevcuttur.

$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$, $(f^{-1})'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{f'(\underbrace{f^{-1}(\frac{2\pi}{3})}_{a})}$

$f^{-1}\left(\frac{2\pi}{3}\right) = a \Rightarrow f(a) = \frac{2\pi}{3}$

$a.\sec a = \frac{2\pi}{3}$

$\underline{a = \frac{\pi}{3}}$

$= \frac{1}{f'(\frac{\pi}{3})}$

$= \frac{3}{6+2\sqrt{3}\pi}$ //

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sec\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}.\sec\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{3}$

$= 2 + \frac{\pi}{3}.2.\sqrt{3}$

$= \frac{6+2\sqrt{3}\pi}{3}$

Başarılar

4.a) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}}$ limitini hesaplayınız. **(14P)**

$$y=(1+\arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}}$$

$$\ln y=\frac{1}{x^2+2x}\cdot\ln(1+\arctan x)$$

$$\lim_{x\to 0}\ln y=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+\arctan x)}{x^2+2x}=\left(\frac{0}{0}\text{ bl.}\right)$$

$$\overset{L'H}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\frac{1}{1+x^2}}{1+\arctan x}}{2x+2}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\ln y=\frac{1}{2}$$

$$\ln\left(\lim_{x\to 0}y\right)=\frac{1}{2}\Rightarrow\lim_{x\to 0}(1+\arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}}=e^{1/2}\quad //$$

4.b) $\sqrt[3]{x-1}-3x=0$ denkleminin $\left[-\frac{1}{2},0\right]$ aralığında bir kökünün var olup olmadığını araştırınız. **(11P)**

$f(x)=\sqrt[3]{x-1}-3x$ fonksiyonu $\left[-\frac{1}{2},0\right]$ aralığında süreklidir.

$f(0)=-1$

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\sqrt[3]{-\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}-\sqrt[3]{\frac{3}{2}}=a>0$

olayısıyla f $[-1,a]$ aralığında
er degeri alır. O halde $0\in[-1,a]$
degerini de alır. Yani $f(c)=0$
lacak şekilde $c\in\left[-\frac{1}{2},0\right]$ vardır.

veya

$f(0)=-1<f(c)=0<f\left(-\frac{1}{2}\right)=a$ olduğundan Ara Değer Teoremine göre $f(c)=0$ olacak şekilde $c\in\left[-\frac{1}{2},0\right]$ vardır.

Başarılar...