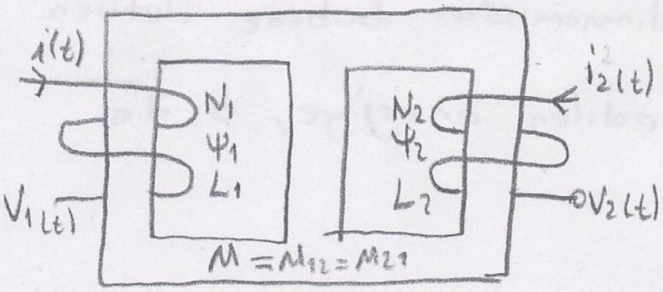
## 2 Uyarmalı Elektromanyetik Sistemlerde Enerji Dönüşümü




$L$ = Öz endüktans katsayısı veya öz endüktans

$M$ = Karşıt endüktans katsayısı veya karşıt endüktans

$$\boxed{\begin{aligned} \psi_1 &= L_1 . i_1 + M . i_2 \\ \psi_2 &= M . i_1 + L_2 . i_2 \end{aligned}}$$

$$V_1(t) = \frac{d\psi_1}{dt} = \frac{d}{dt}\left[L_1 . i_1 + M . i_2\right] = L_1 . \frac{di}{dt} + M . \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2(t) = \frac{d\psi_2}{dt} = M . \frac{di_1}{dt} + L_2 . \frac{di_2}{dt}$$

---

$$P(t) = V_1(t) . i_1(t) + V_2(t) . i_2(t)$$

$$W_e = \int_0^t \left[L_1 . \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}\right] . i_1(t) . dt + \left[M . \frac{di_1}{dt} + L_2 . \frac{di_2}{dt}\right] . i_2(t) . dt$$

$$= \int_0^t L_1 . i_1 . di . t + \int_0^t M i_1 . di_2 + \int_0^t M i_2 \, di + \int_0^t L_2 . i_2 . di_2$$

$t = 0$ için $i_1 = 0$ $i_2 = 0$

$$W_e = \int_0^{i_1} L_1 . i_1 . di_1 + \int_0^{i_2} L_2 . i_2 . di_2 + \int_0^{i_1 . i_2} M . d(i_1 . i_2)$$

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2} L_1 . i_1^2 + \frac{1}{2} . L_2 . i_2^2 + M . i_1 . i_2 = W_f = \text{Co-Enerji}}$$

Bu bağıntı kayıpsız bir sistemde aynı zamanda manyetik alanda depo edilen enerjiyi gösterir. Yani sistem lineer ise ve kayıplar göz önüne alınmamışsa bobine iletilen enerji, manyetik alanda depo edilen enerjiye, o da Co-Enerji'ye eşittir.

$$w_f + w_f' = \Psi i$$

$$w_f = w_f' = \frac{1}{2} i . \Psi$$

$$w_f = \frac{1}{2} i_1 . \Psi_1 + \frac{1}{2} . i_2 . \Psi_2$$

$$\Psi_1 = L_1 . i_1 + M . i_2$$

$$\Psi_2 = M . i_1 + L_2 . i_2$$

örnek =

Mıknatıslanma eğrisi; $i = \Psi . x$ şeklinde değişen bir elektromanyetik sistemde $x = 4$ olması halinde sistemin manyetik alanında depo edilen enerjisini ve Co-Enerjisi'ni bulunuz.

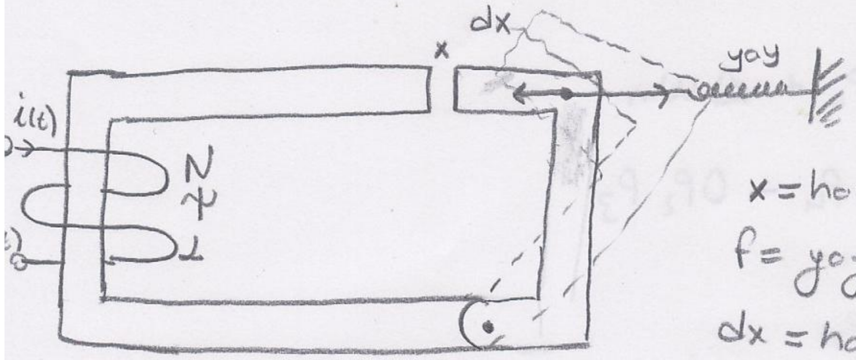
$$i = 4\Psi$$

$$w_f = \int_0^{\Psi} i . d\Psi$$

$$w_f = \int_0^{\Psi} 4\Psi d\Psi = 2\Psi^2 \text{(joule)} = w_f'$$

Lineer sistem

# Elektromekanik Enerji Dönüşümü




x = hava aralığının uzunluğu

f = yayın çekme kuvveti

dx = hava aralığındaki değişme miktarı

Mekanik iş = F. dx

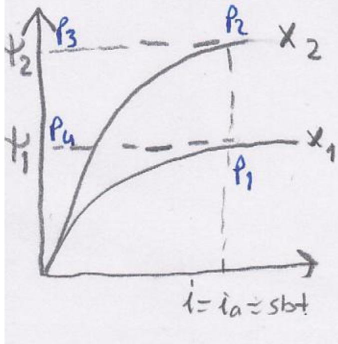
* $\Delta W_e = \Delta W_f + \Delta W_m$ (Enerji Dengesi Denklemi)

Şekilde bir uyarmalı elektromanyetik sistem görünmektedir, dx hava aralığındaki değişme miktarında yapılan mekanik iş f.dx'tir. Şekildeki sisteme verilen elektrik enerjisindeki değişme sistemin manyetik alanında depo edilen enerjideki değişme ile mekanik enerjideki değişmenin toplamına eşit olur. Buna enerji dengesi denklemi denir.

* $$\frac{dw_e}{dt} = \frac{dw_f}{dt} + \frac{dw_m}{dt}$$ (Güç Dengesi Denklemi)

f Kuvvetinin Grafikle Etüdü

a) Akı Sabit Değil




$$\Delta w_e = \int_{\psi_1}^{\psi_2} i_a . d\psi = i_a(\psi_2 - \psi_1) = P_1, P_2, P_3, P_4$$ çevrelediği alan

$x_1$ için $wf_1 = OP_1P_4$

$x_2$ için $wf_2 = OP_2P_3$

$$\boxed{\Delta wf = OP_2P_3 - OP_1P_4}$$

$$\Delta w_e = \Delta w_f + \Delta w_m$$

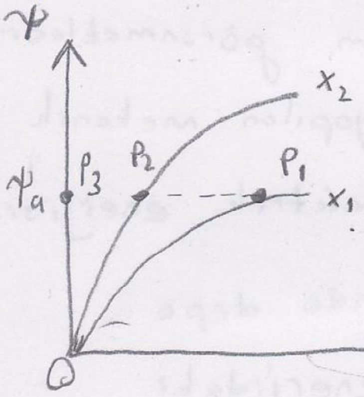
$$P_1 P_2 P_3 P_4 = O P_2 P_3 - O P_1 P_4 + \Delta W_m$$

$$\Delta W_m = P_1 P_2 P_3 P_4 + O P_1 P_4 - O P_2 P_3$$

$$= O P_1 P_2$$

$$\boxed{F_{ort} = \frac{O P_1 P_2}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta W_m}{x_2 - x_1}}$$

b) Akı sabit olsun. ($\psi = \psi_a = sbt$)




manyetik alanda depo edil. enerji

$$\Delta w_e = \Delta w_f + \Delta w_m$$

$$\Delta w_e = \int_{\psi_a}^{\psi_a} i . d\psi = 0$$

$x_1$ için $w_{f1} = O P_1 P_3$

$x_2$ için $w_{f2} = O P_2 P_3$

$$\Delta w_f = O P_2 P_3 - O P_1 P_3$$

$$0 = O P_2 P_3 - O P_1 P_3 + \Delta W_m$$

$$\Delta W_m = O P_1 P_3 - O P_2 P_3 = O P_1 P_2$$

$$\boxed{F_{ort} = \frac{\Delta W_m}{x_2 - x_1} = \frac{O P_1 P_2}{x_2 - x_1}}$$

Kuvvetin Analitik İfadesi

a) $(\psi, x)$ bağımsız değişkenler olsun.

* Sisteme verilen elk. güç $= \dfrac{dw_e}{dt} = i(\psi, x)\dfrac{d\psi}{dt}$

* Mekanik güç $= \dfrac{dw_m}{dt} = f.\dfrac{dx}{dt}$

$$W_f = W_f(\psi, x)$$

* $\dfrac{dw_f}{dt} = \dfrac{\partial w_f(\psi,x)}{\partial \psi}\cdot\dfrac{d\psi}{dt} + \dfrac{\partial w_f(\psi,x)}{\partial x}\cdot\dfrac{dx}{dt}$

$$i(\psi, x)\cdot\frac{d\psi}{dt} = f.\frac{dx}{dt} + \frac{\partial w_f(\psi,x)}{\partial x}\cdot\frac{d\psi}{dt} + \frac{\partial w_f(\psi,x)}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d\psi}{dt}\left[i(\psi,x) - \frac{\partial w_f(\psi,x)}{\partial \psi}\right] = \frac{dx}{dt}\left[F + \frac{\partial w_f(\psi,x)}{\partial x}\right]$$

Bu eşitlik genel bir ifadedir, dolayısıyla $\dfrac{d\psi}{dt}$ ve $\dfrac{dx}{dt}$'nin herhangi bir belirli değişimi içinde geçerli olmalıdır. Yani parantezlerin değeri 0 olmalıdır.

$$i(\psi, x) = \frac{\partial w_f(\psi,x)}{\partial \psi}$$

$$F = -\frac{\partial w_f(\psi,x)}{\partial x}$$

örnek= Bir uyarmalı sistemde mıknatıslanma eğrilerini veren denklem $\psi = x\sqrt{i}$ şeklinde ise manyetik alanda depo edilen enerji ile hareketi sağlayan kuvvet ifadelerini yazınız.

$$\text{Manyetik Alanda Depo Ed. Enerji} = w_f = \int_0^{\psi} i \cdot d\psi = \int_0^{\psi} \frac{\psi^2}{x^2} d\psi$$

$$= \underline{\frac{\psi^3}{3x^2} \text{ joule}}$$

$$f = -\frac{\psi^3}{3}(-2) \cdot x^{-3} = \frac{2}{3}\frac{\psi^3}{x^3} \text{ Newton}$$

b) $(i, x)$ bağımsız değişkenler ise

$$\boxed{\frac{dw_e}{dt} = \frac{dw_f}{dt} + \frac{dw_m}{dt}}$$

$$\frac{dw_e}{dt} = i \cdot \frac{d\psi}{dt}$$

$$\frac{dw_m}{dt} = f \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad w_f + w_f' = \psi i$$

$$w_f = \psi_i - w \cdot f'$$

$$\frac{dw_f}{dt} = \psi \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{d\psi}{dt} - \frac{\partial w_f'(i,x)}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{\partial w_f'(i,x)}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

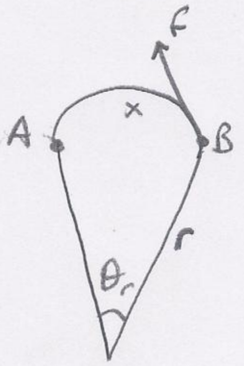
$$i \cdot \frac{dx}{dt} = f \cdot \frac{dx}{dt} + \psi \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{d\psi}{dt} - \frac{\partial w_f'(i,x)}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{\partial w_f'(i,x)}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt}\left(F - \frac{\partial w_f'(i,x)}{\partial x}\right) + \frac{di}{dt}\left(\psi - \frac{\partial w_f'(i,x)}{\partial i}\right) = 0$$

$$\psi = \frac{\partial w_f'(i,x)}{\partial i}$$

$$F = \frac{\partial w_f'(i,x)}{\partial x}$$

# Moment ile Mekanik Güç Arasındaki Bağıntı




$T$ = ani moment

$P_m$ = mekanik güç

$w_r$ = açısal hız

$\theta_r$ = rotor dönme açısı

$r$ = rotor yarıçapı

$$x = r \cdot \theta_r \qquad W_m = f \cdot dx$$

$$\frac{dx}{dt} = r \cdot \frac{d\theta_r}{dt} \Rightarrow \frac{dW_m}{dt} = f \cdot \frac{dx}{dt} = P_m$$

$$V = r \cdot w_r$$

$$T = r \cdot f \qquad P_m = f \cdot v = f \cdot r \cdot w_r$$

$$P_m = T \cdot w_r$$

$$\boxed{T = \frac{P_m}{W_r}}$$

→ Bu ifadede sürtünme, ventilasyon kayıpları ihmal edilmiştir. Dolayısıyla güç, mil gücüne eşit alınmıştır.