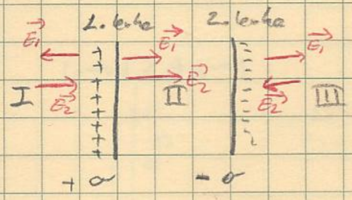
~~##~~ Her 3 bölgede $\vec{E}$'yi bul



$|E_1| = |E_2|$

I $\Rightarrow$ $\vec{E}_{net} = 0$

III $\Rightarrow$ $\vec{E}_{net} = 0$

II $\Rightarrow$ $\vec{E}_{net} = 2\vec{E}_1 = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \boxed{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E_{net}}$ ✓

Elektrostatik Dengedeki İletkenler

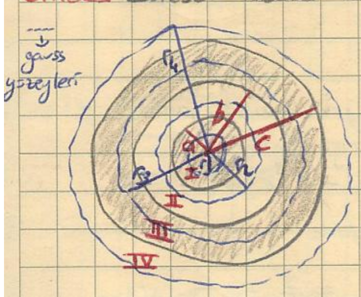
1- Bir iletkenin içinde her yerde elektrik alan "0" dır.

2- Yalıtılmış bir iletkende yük varsa yüzeydedir.

3- Yüklü bir iletkenin hemen dışında elektrik alan iletken yüzeyine diktir ve büyüklüğü σ/ε_0 kadardır.

4- Düzgün biçimde olmayan bir iletkende yüzeyin eğrilik yarıçapının en küçük olduğu yerlerde yüzeysel yük yoğunluğu en büyüktür.

Örnek= Küresel tabaka içinde bir küre



a yarıçaplı dolu iletken bir kürede net 2Q yük bulunuyor. İç yarıçapı b, dış yarıçapı c olan iletken küresel bir tabaka, dolu küre ile aynı merkezlidir ve −Q net yük taşımaktadır. Gauss yasasını kullanarak 4 bölgedeki elektrik alanı ve yüzey yük yoğunluklarını hesaplayınız.

i) $r < a$ (I. bölge)

$\vec{E} = \oint \vec{E}\, d\vec{a} = \frac{q_{iç} \to 0}{\varepsilon_0} = 0$

iii) $b < r_3 < c$

$\vec{E} = \oint \vec{E}\, d\vec{a} = \frac{q_{iç} \to 0}{\varepsilon_0} = 0$

ii) $a < r_2 < b$

$\oint \vec{E}\, d\vec{a} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0} = \frac{2Q}{\varepsilon_0}$

$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{2Q}{\varepsilon_0}$

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2Q}{r^2} \cdot \hat{r}$

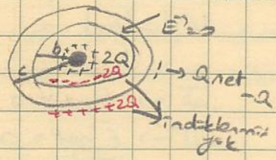
iV) $r > c$

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_{iç}}{r^2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(2Q-Q)}{r^2}$

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r}$

Yüzey yük yoğunlukları = $\sigma_a = \frac{yük}{yüzey} = \frac{2Q}{4\pi a^2} = \frac{Q}{2\pi a^2}$ ✓

$\sigma_b = ?$ $\frac{-2Q}{4\pi b^2} = \frac{-Q}{2\pi b^2}$



$|\sigma_a| > |\sigma_b|$

$\sigma_c = \frac{+2Q - Q}{4\pi c^2} = \frac{Q}{4\pi c^2}$

Elektriksel Potansiyel

Potansiyel Farkı ve Elektriksel Potansiyel

Bir $\vec{E}$ alanına bir q_0 yükü konulursa $\vec{F} = q_0\vec{E}$ kadar bir kuvvet etki eder. Bu alan içinde q_0 yükü $d\vec{s}$ kadar yer değiştirirse:

$\vec{F}.d\vec{s} = q_0 \vec{E} d\vec{s}$ kadarlık iş yapar.

Bir A noktasından B noktasına q_0 hareket ederse

$$W = \int_A^B q_0 . \vec{E} . d\vec{s}$$ kadarlık iş yapar.

$W = \Delta K = -\Delta U$ => iş-enerji teoremi

$\Delta U = -W$ den

$$\underbrace{U_B - U_A}_{\Delta U} = -q_0 \int_A^B \vec{E} . d\vec{s}$$

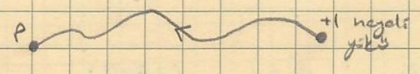
$\frac{\Delta U}{q_0}$ = Birim yük başına potansiyel enerji farkı.

$$\frac{\Delta U}{q_0} = \underbrace{\Delta V}_{\text{potansiyel fark}} = -\int_A^B \vec{E} . d\vec{s}$$

potansiyel = Volt = $\frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}} = \frac{J}{C}$ → $J = N.m$

Volt $= \frac{Nm}{C}$ => $\frac{\text{Volt}}{m} = \frac{N}{C}$ = Elektrik Alan

Referans Noktasının Seçimi



V_P = P noktasının potansiyeli

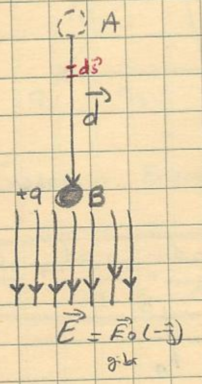
$$\boxed{V_P = -\int_\infty^P \vec{E} . d\vec{s}}$$ $r \to \infty$ 'da $V = 0$'dır.

Enerji Birimi Olarak eV

1 Volt potansiyel farkı boyunca hareket eden bir elektronun kazandığı / kaybettiği enerji miktarıdır.

$1 eV = (1,6 \times 10^{-19} C).(1 V) = 1,6 \times 10^{-19} J$

Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farkı



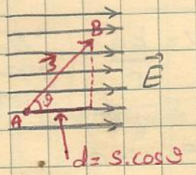
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_A^B E\,ds\cos 0° = -\int_A^B E\,ds$$

$$= -E\underbrace{\int_A^B ds}_{d} = -Ed \qquad \boxed{\Delta V = -Ed}$$

$V_B < V_A \Rightarrow V_B - V_A < 0$

Pozitif yük $\vec{E}$ yönünde hareket ederse potansiyel azalır.

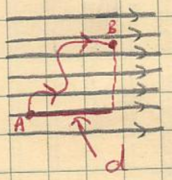
Negatif $\Rightarrow$ artar.



$\Delta V = -\int \vec{E}\,d\vec{s} = -E(s\cos\theta)$, $s = |\vec{s}|$

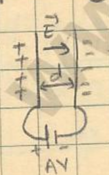
$= -Ed$ olur.

$d = s\cos\theta$ (Yani s'nin $\vec{E}$ yönündeki büyüklüğü olur).



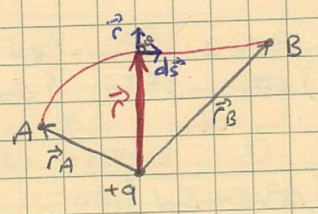
$\Delta V = -Ed$ olur $\int_A^B ds = s$ yolu

Kapalı eğri için $\Rightarrow$  $\Delta V = 0$



$E = \dfrac{\Delta V}{d}$, $\dfrac{\text{Volt}}{m}$

Elektriksel Potansiyel ve Noktasal Yüklerin Oluşturduğu Potansiyel Enerji



$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}$$

$$= -\int_A^B \frac{k \cdot q}{r^2} \cdot \hat{r} \cdot d\vec{s}$$

$$= -\int_A^B \frac{kq}{r^2} \cdot ds\cos\theta$$

$$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r}$$

$$= -\int_A^B \frac{kq}{r^2} \cdot dr$$

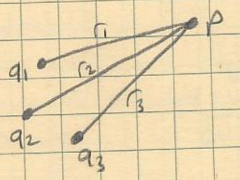
$$= -kq \int_A^B r^{-2} dr \Rightarrow -kq \cdot \frac{r^{-1}}{-1}\Big|_A^B$$

$$\frac{kq}{r}\Big|_A^B$$

Not: Pozitif yüklü noktasal yükün potansiyeli pozitif. Negatif $\Rightarrow$ Negatif

$$V_B - V_A = \frac{kq}{r_B} - \frac{kq}{r_A} \rightarrow \boxed{V = \frac{kq}{r}}$$ $\rightarrow$ Nokta yükün potansiyeli

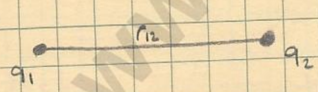
$r \to \infty \quad V = 0$



$$V(p) = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3}$$

$$V = \sum_i \frac{kq_i}{r_i}$$

İki Noktasal Yükün Potansiyel Enerjisi



$U = ?$

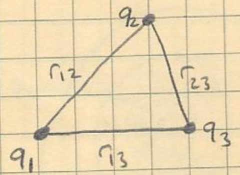
$U = V_1 q_2$

$$\left(\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0}\right)$$

q_1'in r kadar uzaklıkta q_2'nin olduğu yerde potansiyeli

$$V_1 = \frac{kq_1}{r_1} \quad = \quad \boxed{U = \frac{kq_1 q_2}{r_{12}}}$$

3 Tane Noktasal Yükün Oluşturduğu Sistemin Enerjisi



önce q_1 getirildi (sonsuzdan)

sonra q_2 "

$U = \dfrac{kq_1q_2}{r_{12}}$ enerjisi oluşturuldu.

"Sistemin Enerjisi"

$$U = \boxed{\frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}}}$$

q_3'ü getirelim.

"q_1 ve q_2'nin beraberce q_3'ün olduğu yerdeki potansiyel farkı."

$$V = \frac{kq_1}{r_{13}} + \frac{kq_2}{r_{23}}$$

$$U_3 = q_3V = \left(\frac{kq_1}{r_{13}} + \frac{kq_2}{r_{23}}\right)\cdot q_3$$

$$= \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}}$$

Not: Çok sayıda yük varsa

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\frac{kq_iq_j}{r_{ij}} \quad \text{veya} \quad U = \sum_{j>i}\frac{kq_iq_j}{r_{ij}}$$

Elektrik Alanın Potansiyelden Elde Edilmesi

$$dV = -\vec{E}\,d\vec{s}$$

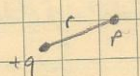
$\vec{E} = \vec{E}(x)\,\hat{i}$ ise

$ds = dx$

$$\boxed{E_x = -\frac{dV(x)}{dx}}$$

$V = V(y)$

$$E_y = -\frac{dV(y)}{dy}$$



$$V(r) = \frac{kq}{r}$$

$$E = -\frac{dV(r)}{dr} = -\frac{d}{dr}\left(\frac{kq}{r}\right) = -kq\underbrace{\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\right)}_{=-\frac{1}{r^2}}$$

$$= \frac{kq}{r^2}$$

KeshinColor

Eger $V = V(x,y,z)$ ise

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad \Bigg] \quad \vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j} + E_z\hat{k}$$

$V(x,y,z) = 3x^2y + y^2 + yz$ ise

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -6xy$$

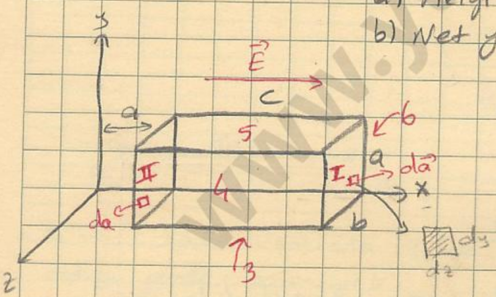
$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -3x^2 - 2y - z$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -y$$

Örnek Problem Çözümleri

1-) Boyutları $a = b = 0{,}4$ m ve $c = 0{,}6$ m olan kapalı bir yüzey şekildeki gibi yerleştirilmiştir. B bölgede elektrik alan $\vec{E} = (3+2x^2)\hat{i}$ N/C olduğuna göre

a) Akıyı hesaplayınız.
b) Net yük miktarı ne kadardır?



a) $\Phi = \oint_S \vec{E}\, d\vec{a} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

$= \oint_1 \vec{E}\, d\vec{a} + \oint_2 \vec{E}\, d\vec{a} + \oint_3 \vec{E}\, d\vec{a} - - - \oint_6 \vec{E}\, d\vec{a}$

$\Phi = 0 \rightarrow \vec{E} \perp d\vec{a}$

$\oint_1 (3+2(a+c)^2)\hat{i}.(dy.dz).\hat{i} + \oint_2 (3+2a^2)\hat{i}.(-dydz)\hat{i}$

$\iint (3+2(a+c)^2)dydz - \iint (3+2a^2)\, dydz$

$3+2(a+c)^2 \underbrace{\int_0^a dy \int_0^b dz}_{a.b} - (3+2a^2). \underbrace{\int_0^a dy \int_0^b dz}_{a.b}$

$(3+2a^2+2c^2+4ac)ab - (3+2a^2)ab$

$\Phi \cong 0{,}27 \ \frac{Nm^2}{C}$

$\vec{E}$: düzgün değil
x'e bağlı

b) $\Phi = \oint \vec{E}\, d\vec{a} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

$(0{,}27).\varepsilon_0 = q_{iç}$
$\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$

$\boxed{q_{iç} = 2{,}39.10^{-12}\, C}$

KeskinColor