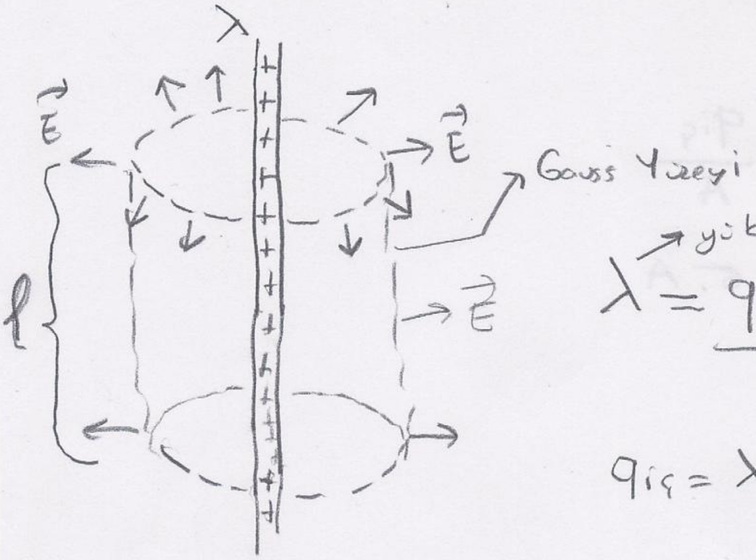
Silindirik Simetrili Bir Yük Dağılımı



$$\lambda = \frac{q_{iç}}{l} \quad \text{(yük yoğunluğu)}$$

$$q_{iç} = \lambda . l$$

$$\phi_E = \oint \vec{E} . d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

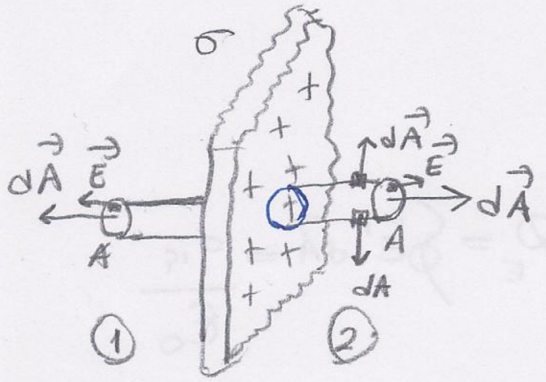
$$\phi = \underbrace{\int E . dA . \cos 0}_{\text{Yan Yüzey}} + \underbrace{\int E . dA . \cos 90}_{\text{üst kapak} = 0} + \underbrace{\int E . dA . \cos 270}_{\text{alt kapak} = 0}$$

$$\phi = E \int dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$= E(2\pi r l) = \frac{(\lambda . l)}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \left(\frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r}\right) . \hat{r} . \frac{2}{2} = \left(\frac{2\lambda}{4\pi \varepsilon_0 r}\right) . \hat{r} = \left(k . \frac{2\lambda}{r}\right) . \hat{r}$$

örnek = σ yüzey yük yoğunluğu, yalıtkan, sonsuz artı yüklü bir düzlemin elektrik alanı!



$$\sigma = \frac{q_{iç}}{A}$$

$$q_{iç} = \sigma . A$$

$$\phi_E = \oint \vec{E} . d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$\phi = \int_1 E.dA.\cos 0 + \int E.dA.\cos 0 + \int E.dA.\cos 90 = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$E \int_1 dA + E \int_1 dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

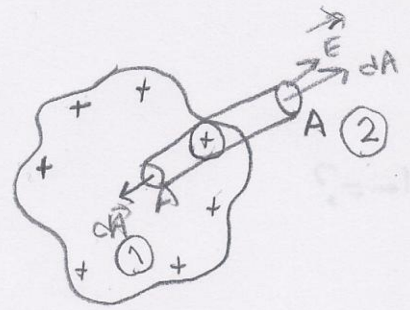
$$E.A + E.A = \frac{(\sigma.A)}{\varepsilon_0}$$

$$2E.A = \frac{\sigma.A}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{r}} \rightarrow \text{Yalıtkanın çok çok yakınındaki elektrik alan}$$

örnek = Yüklü bir iletkenin, hemen dışındaki elektrik alan=? ③

İletken içinde $\sum \vec{E}_{iç}=0$



$$\phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

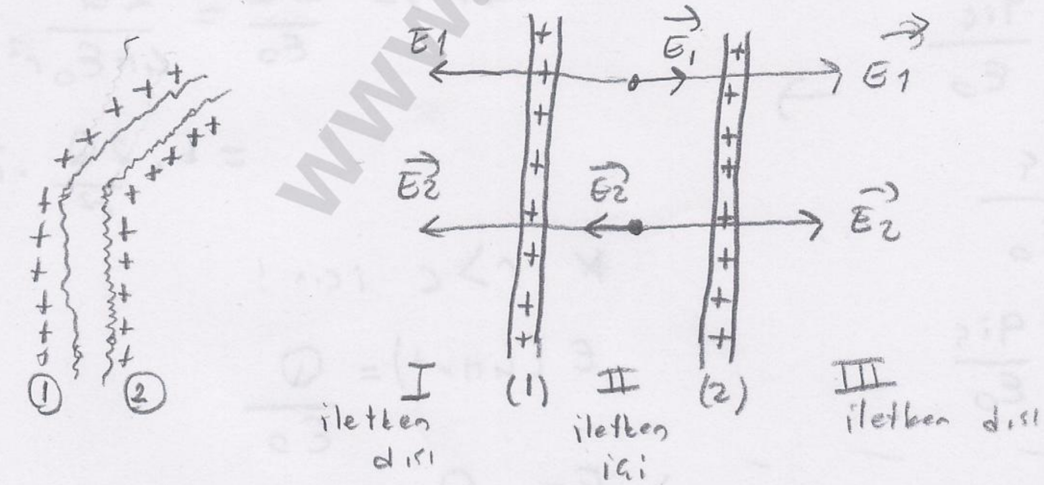
$$\underbrace{\int_1 E.dA}_{0} + \underbrace{\int_2 E.dA.\cos 0}_{?} + \underbrace{\int_{\text{yan yüzey}} E.dA.\cos 90}_{0} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$E\int_2 dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$\boxed{\text{iletkende /2 yok!}}$

$$E.A = \left(\frac{\sigma.A}{\varepsilon_0}\right) \Rightarrow \boxed{E = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)\hat{r}}$$ → iletkenin çok yakınında hemen dışında elektrik alan,

* İletken levhayı, iki paralel yalıtkan levhadan oluşmuş farzedelim,



I Bölgesi

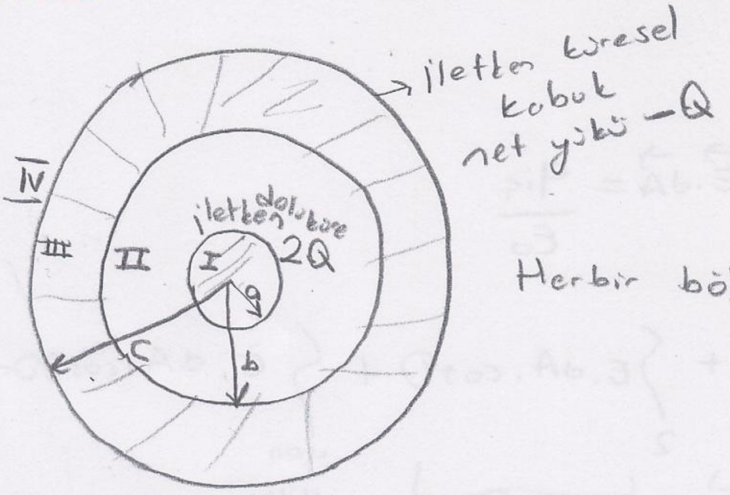
$$E_I = \vec{E}_1+\vec{E}_2 = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)(-i) + \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)(-\vec{i}) = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right).(-i)$$

II Bölgesi

$E_{II} = \vec{E}_1+\vec{E}_2 = 0$ (iletken içi)

III. Bölge = $E_{III} = \vec{E}_1+\vec{E}_2 = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right).(+i)$

örnek =



Herbir bölgedeki elektrik alan = ?

* iletken içinde $\underline{E_{iç} = 0}$ $\underline{r < a}$

* $b < r < c$ $E_{III} = 0$

* II. Bölge $a < r < b$

$q_{iç} = 2Q$

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$E \oint dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot A = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

* IV. Bölge

$$q_{iç} = (2Q) + (-Q) = Q$$

* $a < r < b$ için

$$E(4\pi r^2) = \frac{2Q}{\varepsilon_0} = \frac{2Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = k \cdot \frac{2Q}{r^2} \cdot \hat{r}$$

* $r > c$ için!

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \left(k \cdot \frac{Q}{r^2} \right) \cdot \hat{r}$$

$E_{II} = k \cdot \frac{2Q}{r^2}$ idi $r = a$ (küre yüzeyinde)

$$\boxed{E_a = k \cdot \frac{2Q}{a^2}}$$

$r = b$ (küresel kabuk iç yüzeyinde)

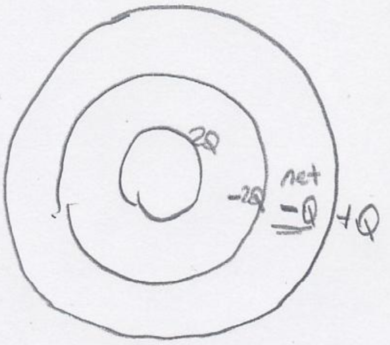
$$\boxed{E_b = k \cdot \frac{2Q}{b^2}}$$

$r = c$ (küresel kabuk dış yüzeyinde)

$$\boxed{E_c = k \cdot \frac{Q}{c^2}}$$

Herbir yüzeyde indüklenen yük=?

Herbir yüzey için yük yoğunlukları=?



$q_A = 2Q \quad (r = a\text{'da})$

$q_B = -2Q \quad (r = b\text{'de})$

$q_C = Q \quad (r = c\text{'de})$

$$\sigma_a = \frac{q_a}{A_a} = \frac{2Q}{4\pi a^2}$$

$$\sigma_b = \frac{q_b}{A_b} = \frac{-2Q}{4\pi b^2}$$

$$\sigma_c = \frac{q_c}{A_c} = \frac{Q}{4\pi c^2}$$

Elektriksel Potansiyel

$$W = \int \vec{F} \cdot \vec{ds} = \Delta k = -\Delta U$$

$\vec{F} \to q_0 \cdot \vec{E}$

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

$(U_B - U_A)$

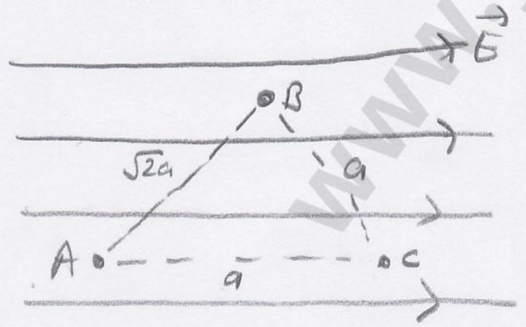
q_0 yükünün E elektrik alanında taşınırken potansiyel enerjisindeki değişimi

$$* \ \Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

$$* \ W = q_0 \cdot \Delta V \qquad \Delta U = q_0 \cdot \Delta V$$

$$* \ 1\,eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ joule}$$

Düzgün Bir Elektrik Alanda Potansiyel fark



$$\Delta V_{AB} = V_B - V_A = ?$$

1. Yol

$A \to C \to B$

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{AC} + \Delta V_{CB} = \left[-\int_A^C \vec{E} \cdot \vec{ds}\right] + \left[-\int_C^B \vec{E} \cdot \vec{ds}\right]$$

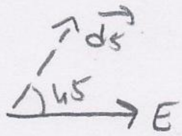
$\theta = 0 \qquad \theta = 90$

$$= \left[-\int_A^C E \cdot ds \cdot \cos 0^\circ\right] + \left[-\int_C^B E \cdot ds \cdot \cos 90\right] = -E \int_A^C ds$$

$$\boxed{\Delta V_{AB} = -E.a}$$

2. Yol

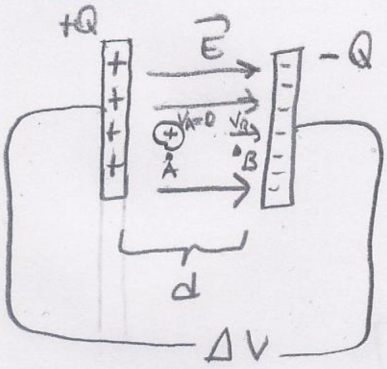
$A \to B$



$$\Delta V_{AB} = -\int \vec{E}.\vec{ds} = -\int \vec{E}.\vec{ds}.\cos 45 = -E\frac{\sqrt{2}}{2}\int_A^B ds = E\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{2}a$$

$$\Delta V_{AB} = \underline{-E.a}$$

örnek=



$E = 8.10^4 \frac{V}{m}$

$d_{AB} = 0,5\,m$

a) $\Delta V_{AB} = ?$ (Elektriksel potansiyeldeki değişim.)

b) Bir protonun potansiyel enerjisindeki değişim=?

a) $\Delta V_{AB} = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.\vec{ds}$

$\Delta V_{AB} = -E.d = (-8.10^4)(0,5)$

$\Delta V_{AB} = -4.10^4 V$

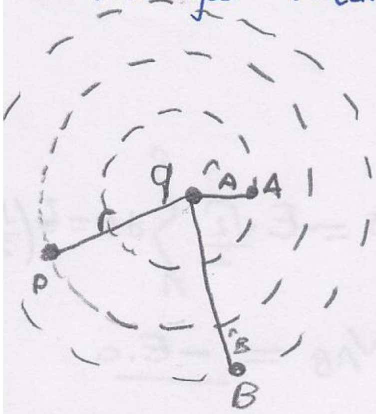
b) $\Delta U = U_B - U_A = q_0 . \Delta V_{AB}$

$= e.\Delta V_{AB}$

$= (1,6.10^{-19} C)(-4.10^4)$

$\Delta U = -6,4.10^{-15} j$

Elektriksel Potansiyel ve Noktasal Yüklerin Oluşturduğu Potansiyel Enerji



$E = k.\frac{q}{r^2}$ biliniyor.

$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.\vec{ds}$; $ds = dr$

$= -\int_A^B \vec{E}.\vec{dr}.\cos 0$

$= -\int_{r_A}^{r_B} \left(k.\frac{q}{r^2}\right).dr = -kq\int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = -kq\left[\frac{-1}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$

$\Delta V = V_B - V_A = k.\frac{q}{r_B} - \frac{kq}{r_A}$ $\boxed{V = k.\frac{q}{r}}$

$\Delta V = V_A - V_\infty = V_A = -\int_\infty^A \vec{E}.\vec{ds}$

$\Delta V = V_B - V_\infty = V_B = -\int_\infty^B \vec{E}.\vec{ds}$

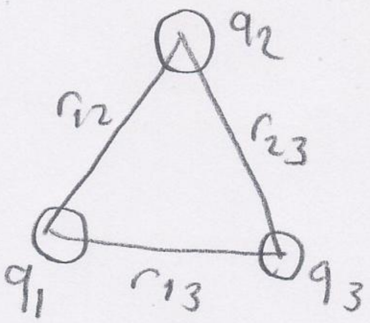
$V = k\sum \frac{q_i}{r_i} = k.\frac{q_1}{r_1} + k.\frac{q_2}{r_2} + k.\frac{q_3}{r_3} + \ldots$

$= V_1 + V_2 + V_3$

Nokta yük grubunun elektriksel potansiyeli

$U = k.\frac{q_1.q_2}{r_{12}} + k.\frac{q_2.q_3}{r_{23}} + k\frac{q_1.q_3}{r_{13}} \ldots$

→ Nokta yük grubunun elektriksel potansiyel enerjisi



$q_1 = 1\mu C$ $\quad r_{12} = 1m$

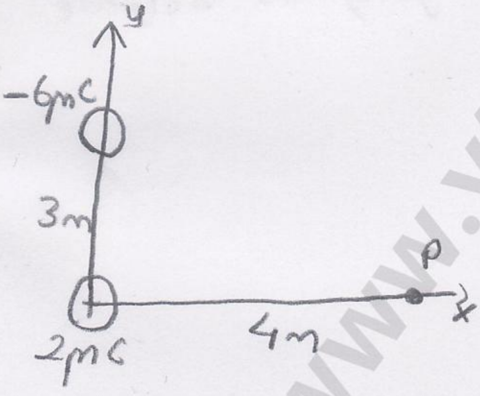
$q_2 = 2\mu C$ $\quad r_{23} = 2m$

$q_3 = -4\mu C$ $\quad r_{13} = 2m$

$$U = 9.10^9 \left[\frac{(1.10^{-6}).(2.10^{-6})}{1}\right] + \frac{(2.10^{-6})(-4.10^{-6})}{2} + \frac{(1.10^{-6})(-4.10^{-6})}{2}$$

$$= 9.10^9 [\ldots].10^{12}\, j$$

Örnek =



$$V_P = V_1 + V_2 = k.\frac{q_1}{r_1} + k.\frac{q_2}{r_2}$$

$$= 9.10^9 \left[\frac{2.10^{-6}}{4} + \frac{(-6.10^{-6})}{5}\right]$$

$$V_P = \underline{-6,29.10^{-3}\, V}$$

→ $3\mu C$'luk yükü sonsuzdan P'ye getirdiğimizde potansiyel enerjisindeki değişim ne olur?

$$\Delta U = q_3 . \Delta V = q_3 (V_P - V_\infty)$$

$$= q_3 . V_P = (3.10^{-6})(-6,29.10^{3})$$

$$= 18,9 . 10^{-3} \text{ joule}$$

Elektrik Alan Değerinin Elektriksel Potansiyelden Elde Edilmesi

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

$\vec{E}$ biliniyor $A \to B$ arası
ΔV bulunuyor?

$$dV = -\vec{E} \cdot \vec{ds}$$

$$\boxed{E_x = -\frac{dV}{dx}}$$

$ds \to dx$ alalım
V biliniyor
Ex bulunuyor?

$V = 3x^2y^3 + x \cdot y^2 \cdot z^3$ olsun, belli bir bölgede, bu bölgede
$\vec{E} = ?$ (Elektrik Alan)

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -(6xy^3 + y^2z^3)$$

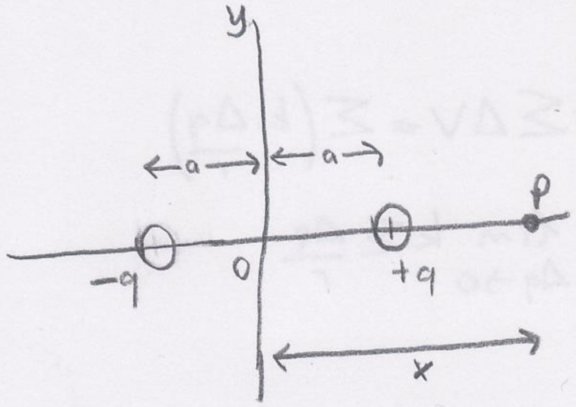
$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -(9x^2y^2 + 2xyz^3)$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -(3xy^2z^2)$$

$$\vec{E} = E_x \cdot \vec{i} + \vec{E_y} \cdot \vec{j} + \vec{E_z} \cdot \vec{k}$$

$$\vec{E} = -(\ldots)\vec{i} - (\ldots)\vec{j} - (\ldots)\vec{k}$$

Bir Dipolün Elektriksel Potansiyeli



a) $V_p = ?$ Elektriksel Potansiyel

b) Dipolden çok uzakta $V_p = ?$

$E_P = ?$ elektrik alan

$$V_p = k \sum \frac{q_i}{r_i}$$

a) $V_p = V_1 + V_2 = k.\frac{q_1}{r_1} + k.\frac{q_2}{r_2}$

$$= k\frac{(-q)}{(x+a)} + \frac{k.(+q)}{(x-a)} = k\left[\frac{-qx+qa+qx+qa}{(x^2-a^2)}\right]$$

$$V_p = k.\frac{2aq}{(x^2-a^2)}$$

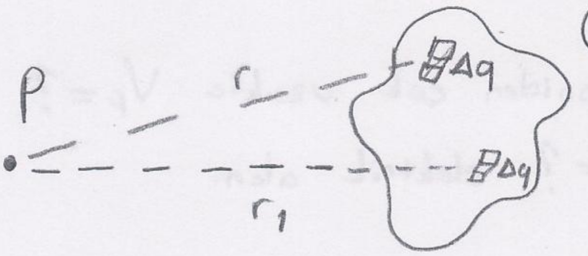
b) $x \gg a$ ise

$$V_p = k.\frac{2aq}{(x^2-a^2)} \approx k.\frac{2aq}{x^2} \Rightarrow$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -k.2aq\left[\frac{-(2x)}{(x^2)^2}\right]$$

$$E_x = \left(\frac{4kqa}{x^3}\right).\vec{i}$$

Sürekli Yük Dağılımının Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel



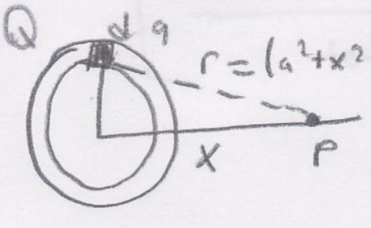
$$V_p = \sum \Delta V = \sum \left(k.\frac{\Delta q}{r}\right)$$

$$V_p = \lim_{\Delta q \to 0} k \sum \frac{\Delta q}{r}$$

$$V_p = \lim_{\Delta q \to 0} k \sum \frac{\Delta q}{r}$$

$$\boxed{V_p = k \int \frac{dq}{r}} = V_p - V_\infty = \Delta V$$
$$= V_p$$

örnek = Düzgün yüklenmiş bir halkanın elektriksel potansiyeli.



$$dV = k.\frac{dq}{r} \qquad V_p = \int dV = k \int \frac{dq}{r}$$

$$= k \int \frac{dq}{(a^2+x^2)^{1/2}} = \frac{k}{(a^2+x^2)^{1/2}} \int dq$$

a)

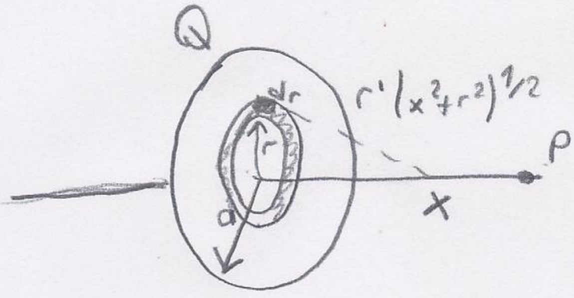
$$\Delta V = V_p - V_\infty = V_p = k.\frac{Q}{(a^2+x^2)^{1/2}} = k.\frac{Q}{r}$$

b) $E_p = ?$

$$E_p = E_x = -\frac{dV}{dx} = -kQ\left[\frac{-\left(\frac{1}{2}\right)(a^2+x^2)^{\frac{1}{2}-1}.(2x)}{\left[(a^2+x^2)^{1/2}\right]^2}\right]$$

$$\vec{E_p} = \vec{E_x} = \left(\frac{k.Q.x}{(a^2+x^2)^{3/2}}\right).(\vec{i})$$ daha önce bunu bulmuştuk.

Düzgün Yüklenmiş Bir Diskin Elektriksel Potansiyeli



$$V_p = \int dV = \int k \cdot \frac{dq}{r'} = \int k \cdot \frac{(\sigma \cdot dA)}{r'}$$

$$= \int k \frac{[\sigma (2\pi r dr)]}{(x^2+r^2)^{1/2}}$$

$$= k\sigma\pi \int \frac{2r\,dr}{(x^2+r^2)^{1/2}} \qquad u^2 = x^2+r^2 \qquad 2u\,du = 2r\,dr$$

$$= k\sigma\pi \int \frac{2u\,du}{u} = 2k\sigma\pi \int du = 2k\sigma\pi [u]$$

$$= 2k\sigma\pi \left\{ [x^2+a^2]^{1/2} - [x^2+0^2]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$V_p = 2k\sigma\pi \left\{ [x^2+a^2]^{1/2} - x \right\}$$

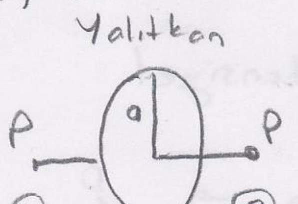
b) $E_p = ?$

$$E_p = E_x = -\frac{dV}{dx} = -2k\sigma\pi \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)(x^2+a^2)^{\frac{1}{2}-1}(2x) - 1 \right\}$$

$$\vec{E}_p = \vec{E}_x = 2k\sigma\pi \left\{ 1 - \frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}} \right\} (\vec{i})$$

c) Diskin (levhanın) çok yakında Elektrik alan = ?

Yalıtkan



$x \lll a$

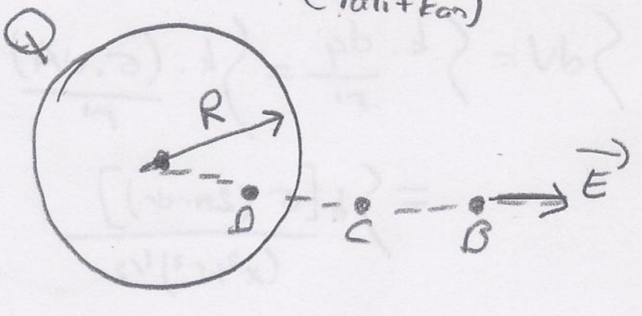
$$E_P = E_x = 2k\sigma\pi \left\{ 1 - \underbrace{\frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}}}_{0} \right\}$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right) \cdot \sigma \cdot \pi$$

$$E_p = E_x = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right) \cdot \vec{i} \quad (\text{2. taraf için})$$

Düzgün Yüklenmiş Bir Kürenin Potansiyeli

(Yalıtkan)



$$E_{dış} = k.\frac{Q}{r^2} \quad (r > R)$$

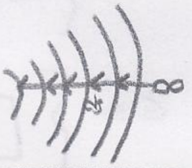
$$E_{iç} = k.\frac{Q}{R^3}.r \quad (r < R)$$

Bunları yalıtkan küre için bulmuştuk. (Hesaplanması bilinecek)

a) $r > R$ dışarıdaki bir noktada, $V_B = ?$

$$\Delta V = V_B - \cancel{V_\infty}^{\,0} = V_B = -\int_\infty^B \vec{E}_{dış} \cdot \vec{ds}$$

$$\infty \;\; \oplus \longrightarrow \;\; B \longleftarrow \infty$$



$\boxed{ds = -dr}$

sonsuzdan b'ye azalan yarıçap yönünde.

$$= -\int_\infty^B E_{dış}.\underbrace{ds}_{-dr}.\underbrace{\cos 180}_{-1}$$

$$= -\int_\infty^r \left(k.\frac{Q}{r^2}\right).dr = -kQ\int_\infty^r \frac{dr}{r^2} = -kQ\left[-\frac{1}{r}\right]_\infty^r$$

$$= \Delta V = V_B - V_\infty = V_B = k.\frac{Q}{r}$$

b) Küre yüzeyinde bir noktada $\boxed{V_C = k.\frac{Q}{R}}$

c) $r < R$ küre içindeki bir noktada elektriksel potansiyel

içinde $\theta = 180°$

$$\Delta V = V_D - V_\infty = V_D$$

$$V_{CD} = V_D - V_C = -\int_C^D \vec{E}_{iç}.\vec{ds} = -\int_C^D E_{iç}.\underbrace{ds}_{-dr}\underbrace{\cos 180}_{-1}$$

$$= [V_D - V_C] + [V_C - V_\infty] \rightarrow \quad = -\int_R^r \left(\frac{kQr}{R^3}\right).dr = -k.\frac{Q}{R^3}\left[\frac{r^2}{2} - \frac{R^2}{2}\right]$$

$$= [V_D - V_C] + \left[k.\frac{Q}{R} - 0\right] = \left\{ kQ\left(\frac{3R^2 - r^2}{2R^3}\right) \right\}$$