YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ 1. Yıliçi Sınavı Soru ve Cevap Kağıdı				NOT TABLOSU				
				1. S	2. S	3. S	4. S	TOPLAM
Adı Soyadı								
Öğrenci Numarası		Grup No						
Bölümü					Sınav Tarihi			31.03.2018
Dersin Adı	MAT1072 MATEMATİK 2		Sınav Süresi		110 dk.		Sınav Yeri	
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı					İmza			

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan *"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"* fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1-) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-3)^n}{2^n \sqrt[3]{n^2+5}}$ kuvvet serisi hangi $x \in \mathbb{R}$ değerleri için

i) mutlak yakınsak **ii)** şartlı yakınsak **iii)** ıraksak olur? **(20P)**

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{U_{n+1}}{U_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^{n+1}(x-3)^{n+1}}{2^{n+1}\sqrt[3]{(n+1)^2+5}} \cdot (-1)^n \frac{2^n\sqrt[3]{n^2+5}}{(x-3)^n}\right|$$

$$= \underbrace{\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}\frac{\sqrt[3]{n^2+5}}{\sqrt[3]{(n+1)^2+5}}}_{\frac{1}{2}} |x-3| = \frac{1}{2}|x-3| < 1$$

$$|x-3|<2 \longrightarrow -2<x-3<2 \rightarrow 1<x<5$$

$x=1$ için, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}}$ $\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2/3}} \\ p=\frac{2}{3}<1 \text{ ıraksak} \end{array} \right.$ $\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}}}{\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}} = 1 \neq 0, \infty$ Aynı karakterde

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}} \text{ ıraksak}$$

$x=5$ için, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2+5}}$ Mutlak Yakınsak değil

$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}} > 0$, $a_{n+1} < a_n$, $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ Şartlı Yakınsak

i) $1<x<5$ aralığında Mutlak Yakınsak

ii) $x=5$ de Şartlı Yakınsak

iii) $\mathbb{R}\setminus(1,5]$ de Iraksak

2-a) Aşağıdaki iki serinin yakınsak veya ıraksak olup olmadığını sebepleriyle belirleyiniz.

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sin \frac{1}{n}}{\sqrt{n^2+n+1}}$ **(10P)**

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \, \text{Sin} \frac{1}{n}}{\sqrt{n^2+n+1}}$ $\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ Harmonik Seri seçelim.

$\lim_{n \to \infty} \underbrace{\frac{n^2}{\sqrt{n^2+n+1}}}_{\infty} \underbrace{\frac{\text{Sin} \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}}_{1} = \infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ıraksak olduğundan

verilen seri ıraksaktır.

ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+\ln n)}$ **(10P)**

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+\ln n)}$ $\quad f(x) = \frac{1}{x(1+\ln x)}$, $[1,\infty)$ da pozitif, sürekli, azalan

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(1+\ln x)} = \lim_{R \to \infty} \int_1^R \frac{dx}{x(1+\ln x)} = \lim_{R \to \infty} \int_1^{1+\ln R} \frac{du}{u} = \lim_{R \to \infty} \ln u \Big|_1^{1+\ln R}$$

$1+\ln x = u$

$\frac{dx}{x} = du$

$$= \lim_{R \to \infty} [\underbrace{\ln(1+\ln R)}_{\infty} - \ln 1]$$

$= \infty \rightarrow$ Iraksak

integral testine göre seri ıraksaktır.

2-b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^n} = ?$ **(10P)**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)}_{r}^{n-1} + \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)}_{a} \cdot \underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)}_{r}^{n-1}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{2}} + \frac{-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

3-a) $\dfrac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}x^n$, $|x|<1$ serisinden yararlanarak $f(x)=\arctan x$ fonksiyonunun kuvvet serisini bulunuz. Bulduğunuz bu seriden yararlanarak $g(x)=\sqrt{x}\arctan\sqrt{x}$ fonksiyonunun Maclaurin serisini ve bu serinin genel terimi ile geçerli olduğu aralığı bulunuz. **(18P)**

$$\frac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}x^n \quad , \quad |x|<1$$

$x \longrightarrow -x^2$

$$\frac{1}{1+x^2}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} \quad , \quad |x|<1$$

integral alınırsa,

$$\text{Arctan}\, x + C = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \quad , |x|<1$$

$$x=0 \implies C=0$$

$$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \quad , \quad |x|\leq 1$$

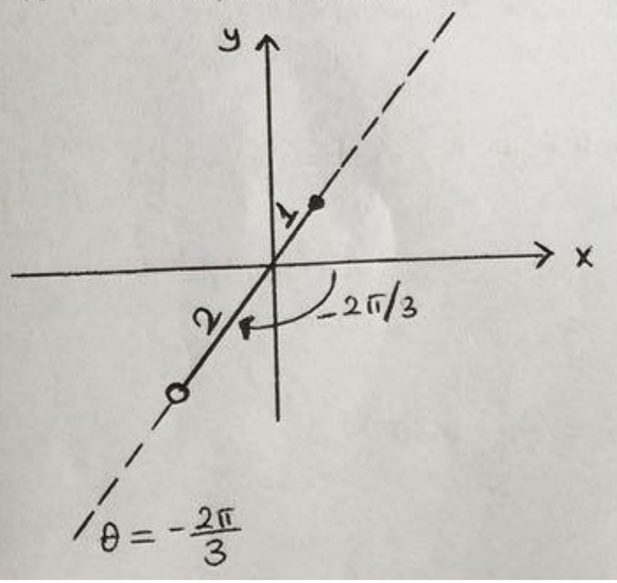
$x \to \sqrt{x}$

$$\arctan\sqrt{x} = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n.\sqrt{x}}{2n+1} \quad , \quad 0\leq|\sqrt{x}|\leq 1$$

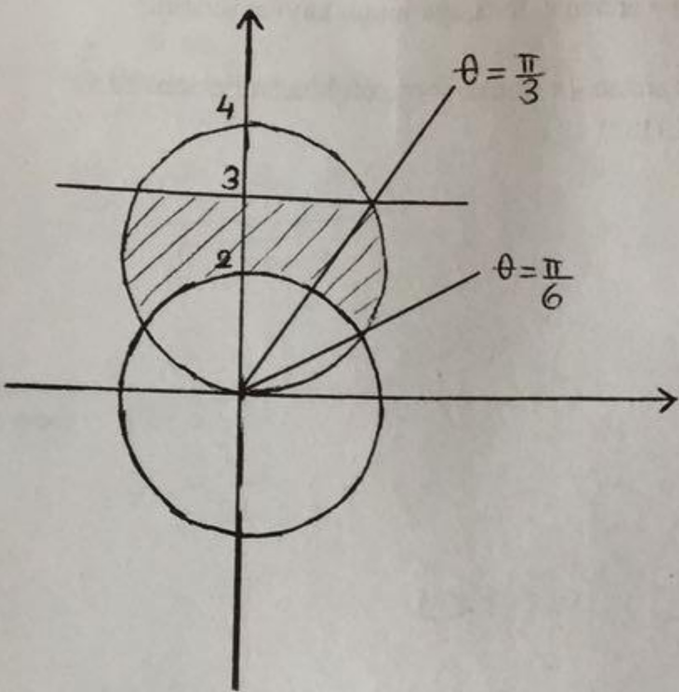
$\sqrt{x}$ ile çarpalım

$$\sqrt{x}\arctan\sqrt{x} = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{n+1}}{2n+1} \quad , \quad 0\leq x\leq 1$$

3-b) Kutupsal koordinatları $\theta=-\dfrac{2\pi}{3}$ ve $-1\leq r<2$ şartlarını sağlayan noktalar kümesinin grafiğini çiziniz. **(7P)**



4-a) $r=2$, $r=4\sin\theta$ ve $r\sin\theta=3$ ile sınırlı bölgenin alanını veren belirli integral(ler)i kutupsal koordinatlarda yazınız. (Şekil çiziniz) (İntegral(ler)i hesaplamayınız). **(18P)**



$$4\sin\theta = \frac{3}{\sin\theta}$$

$$\sin^2\theta = \frac{3}{4}$$

$$\sin\theta = \mp\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$4\sin\theta = 2$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{A}{2} = \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left[(4\sin\theta)^2 - 2^2\right] d\theta + \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{3}{\sin\theta}\right)^2 - 2^2\right] d\theta$$

4-b) $x=x(t)$, $y=y(t)$ olarak tanımlandıklarını kabul ederek; $t^2\sin x + x^3 = e^t$, $y = t\sin t - 2t$ parametrik denklemleri ile verilen eğrinin $t=0$ değerindeki teğet doğrusunun eğimini bulunuz. **(7P)**

$$t=0 \Rightarrow x=1,\ y=0$$

$$t^2\sin x + x^3 = e^t \Rightarrow 2t\sin x + t^2\cos x\,\frac{dx}{dt} + 3x^2\frac{dx}{dt} = e^t$$

$$\left.\begin{matrix} t=0 \\ x=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \quad 0+0+3\frac{dx}{dt} = 1 \Rightarrow \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = \frac{1}{3}$$

$$y = t\sin t - 2t \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \sin t + t\cos t - 2 \Rightarrow \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0} = -2$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=0} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-2}{\frac{1}{3}} = -6$$