			NOT TABLOSU				
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ 2. Yıliçi Sınavı Soru ve Cevap Kağıdı			1. S	2. S	3. S	4. S	TOPLAM
Adı Soyadı							
Öğrenci Numarası		Grup No					
Bölümü					Sınav Tarihi		05.05.2018
Dersin Adı	MAT1072 MATEMATİK 2		Sınav Süresi		90 dk.		Sınav Yeri
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı					İmza		

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan *"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"* fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1-a) $z=\ln\left(y^2x-1+y^2-x\right)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu bölgeyi belirleyip çiziniz. **(13P)**

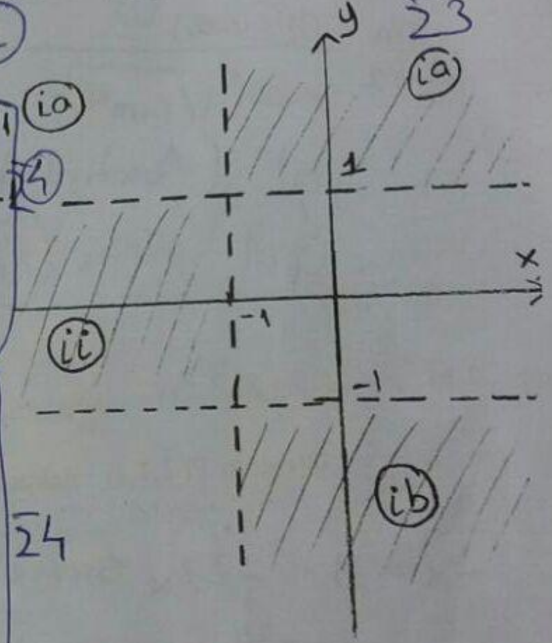
$\boxed{y^2x-1+y^2-x>0 \rightarrow (y^2-1)(x+1)>0}$ 2

i) $\boxed{y^2-1>0 \quad ; \quad x+1>0}$ 2 $\Rightarrow$ $x>-1;\ y>1$ (ia) ; $x>-1;\ y<-1$ (ib) 4

$y^2>1 \qquad x>-1$

$|y|>1$

$y>1 \quad y<-1$



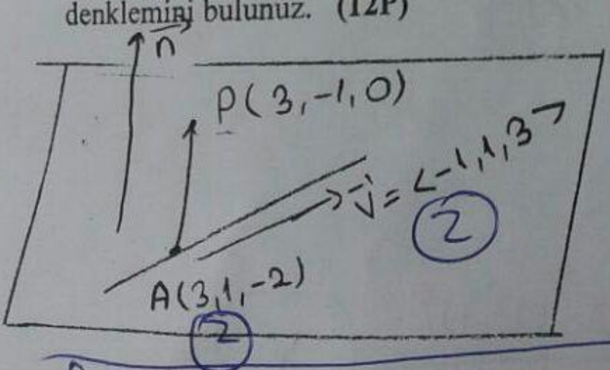
ii) $\boxed{y^2-1<0 \quad ; \quad x+1<0}$ 2 $\Rightarrow x<-1;\ -1<y<1$ Σ4

$y^2<1 \qquad x<-1$

$|y|<1$

$-1<y<1$

1-b) $P(3,-1,0)$ noktasından geçen ve $x=3-t,\ y=1+t,\ z=-2+3t$ doğrusunu içeren düzlemin denklemini bulunuz. **(12P)**



$$\vec{n}=\vec{AP}\times\vec{n}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & -2 & 2\\ -1 & 1 & 3\end{vmatrix}$$

$\vec{n}=\langle -8\ -2,\ -2\rangle$ Σ4

$-8(x-3)-2(y+1)-2(z-0)=0$

$4x+y+z=11$ // Σ4

2-a) $f(x,y)=\dfrac{xy-2y}{\sqrt{(x-2)^4+y^4}}$ fonksiyonunun $(2,0)$ noktasında limitinin olup olmadığını araştırınız. **(13P)**

$$f(x,y)=\frac{(x-2)y}{\sqrt{(x-2)^4+y^4}} \quad ; \quad y=m(x-2) \text{ doğrusu boyunca limit}$$

$$f(x,m(x-2))=\frac{m(x-2)^2}{(x-2)^2\sqrt{1+m^4}}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{m(x-2)^2}{(x-2)^2\sqrt{1+m^4}}=\frac{m}{\sqrt{1+m^4}}$$ limit yola bağlı $\Rightarrow$ limit yok 1

1 yol (Ardışık limit) $\to$ 6

2-yol $\to$ 6

2-b) $z=xy-\cos(z^2-1)$ denklemi ile kapalı olarak tanımlı $z=f(x,y)$ fonksiyonunun $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ türevinin $P(2,1,1)$ noktasındaki değerini hesaplayınız. **(12P)**

$$z_x = y + 2z z_x \sin(z^2-1) \quad 5$$

$$z_{xx} = (2z_x^2 + 2z z_{xx})\sin(z^2-1) + (2z z_x)^2\cos(z^2-1) \quad 5$$

$P(2,1,1)$ noktasında

$z_x = 1$ 1 ; $z_{xx} = (2.1.1)^2.1 = 4$ 1

2. YOL $F(x,y,z) = xy - \cos(z^2-1) - z = 0$

$$z_x = -\frac{F_x}{F_z} = -\frac{y}{2z\sin(z^2-1)+1} \quad 5$$

$$z_{xx} = \frac{y\left(2z_x\sin(z^2-1) + 2z2z z_x\cos(z^2-1)\right)}{(2z\sin(z^2-1)+1)^2} \quad 5$$

$P(2,1,1)$ de $z_x = 1$; $z_{xx} = 4$

1 1

unutursa

-2

3-a) $f(x,y,z)=x^2+y^2-z$ fonksiyonunun $(1,1,2)$ noktasındaki seviye yüzeyini belirleyip çiziniz. **(5P)**

$f(x,y,z)=c$

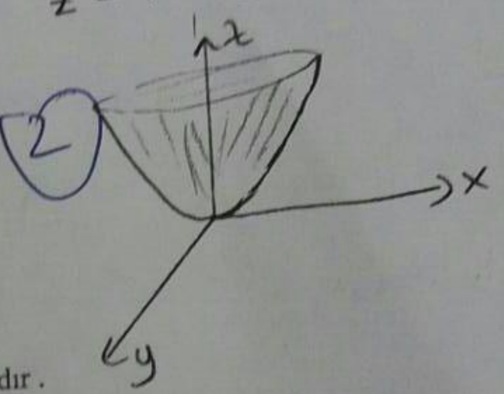
$x^2+y^2-z=c$

$(1,1,2)$ de $1^2+1^2-2=c$

$\Rightarrow c=0$ 2

$\Rightarrow \underline{x^2+y^2-z=0}$ // 1

$z=x^2+y^2$



3-b) f fonksiyonu $f(x,y)=x^2+xy+y^2$ ile tanımlanmaktadır.

i) f fonksiyonu, $P(-2,1)$ noktasında $\vec{v}=\vec{i}+\sqrt{2}\,\vec{j}$ vektörü yönünde artıyor mu azalıyor mu? Cevabınızı açıklayınız. **(7P)**

2 $\nabla f=\langle 2x+y,\ x+2y\rangle$, $\nabla f|_P=\langle -3,0\rangle$ 1

$|\vec{v}|=\sqrt{1+2}=\sqrt{3}$

1 $\vec{u}=\dfrac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$; $D_{\vec{u}}f|_P=\langle -3,0\rangle\cdot\langle \frac{1}{\sqrt3},\frac{\sqrt2}{\sqrt3}\rangle=-\frac{3}{\sqrt3}<0$ 2

Azalıyor 1

birime dönüştürmezse 1 puan kır

$D_u f|_P=\nabla f|_P\cdot\vec{u}$

ii) Hangi yönde f fonksiyonunun $P(-2,1)$ noktasında değişimi yoktur? **(8P)**

$\vec{u}=\langle u_1,u_2\rangle$, $u_1^2+u_2^2=1$ 1

$D_u f|_P=0$ 1 $\rightarrow \langle -3,0\rangle\cdot\langle u_1,u_2\rangle=-3u_1=0$ 2

$\Rightarrow u_1=0$ 2

$u_1^2+u_2^2=1 \rightarrow u_2^2=1 \Rightarrow u_2=\pm1$ 2

$\Rightarrow \underline{\vec{u}=\pm\langle 0,1\rangle}$ //

1

4-a) $w = f(\underbrace{2xz - y - x^2}_{u}, \underbrace{y - z^2}_{v}, \underbrace{z - x}_{r})$ olmak üzere, $\frac{\partial w}{\partial x} + h(z)\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ eşitliğini sağlayan h fonksiyonunu bulunuz. **(15P)**

$\frac{\partial w}{\partial x} = f_u u_x + f_v v_x + f_r r_x \rightarrow \frac{\partial w}{\partial x} = f_u(2z-2x) + f_r(-1)$ 3

$\frac{\partial w}{\partial y} = f_u u_y + f_v v_y + f_r r_y \rightarrow \frac{\partial w}{\partial y} = f_u(-1) + f_v \cdot 1$ 3

$\frac{\partial w}{\partial z} = f_u u_z \; f_v v_z + f_r r_z \rightarrow \frac{\partial w}{\partial z} = f_u(2x) + f_v(-2z) + f_r \cdot 1$ 3

$\frac{\partial w}{\partial x} + h(z)\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

$2z f_u - \cancel{2x f_u} - \cancel{f_r} + h(z)(-f_u + f_v) + 2x f_u - 2z f_v + f_r = 0$ 2

$-2z(-f_u + f_v) + h(z)(-f_u + f_v) = 0$

$(-f_u + f_v)(h(z) - 2z) = 0$ 2

$\rightarrow -f_u + f_v \neq 0$ ise $h(z) = 2z$ 2

$\rightarrow -f_u + f_v = 0$ ise $h(z) = \varphi(z)$

4-b) $\vec{r}(t)$ fonksiyonu $\vec{r}(t) = e^t\,\vec{i} + \sqrt{2}\,t\,\vec{j} + e^{-t}\,\vec{k}$ ile tanımlı olsun.

i) $\vec{r}(t)$ eğrisinin (1,0,1) noktasından $(e, \sqrt{2}, \frac{1}{e})$ noktasına kadar eğri uzunluğunu hesaplayınız. **(8P)**

$\vec{r}'(t) = e^t\vec{i} + \sqrt{2}\,\vec{j} - e^{-t}\vec{k}$

$|r'(t)| = \sqrt{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}$

$|r'(t)| = \sqrt{(e^t + e^{-t})^2}$ 3

$|r'(t)| = e^t + e^{-t}$

$x = e^t, \; y = \sqrt{2}\,t, \; z = e^{-t}$ 2

$(1,0,1)$ için $\left.\begin{matrix} 1 = e^t \\ 0 = \sqrt{2}\,t \\ 1 = e^{-t} \end{matrix}\right\} \rightarrow t = 0$

$(e, \sqrt{2}, \frac{1}{e})$ için $\left.\begin{matrix} e = e^t \\ \sqrt{2} = \sqrt{2}\,t \\ \frac{1}{e} = e^{-t} \end{matrix}\right\} \rightarrow t = 1$

$L = \int_0^1 |r'(t)|\,dt = \int_0^1 (e^t - e^{-t})\,dt = e^t - e^{-t}\Big|_0^1 = \frac{e^2 - 1}{e}$ 3

ii) $\vec{r}(t)$ eğrisinin t=0 daki teğet doğrusunun denklemini bulunuz. **(7P)**

$\vec{v} = r'(t)\Big|_{t=0} = (e^t\vec{i} + \sqrt{2}\,\vec{j} - e^{-t}\vec{k})\Big|_{t=0} = \vec{i} + \sqrt{2}\,\vec{j} - \vec{k}$ 2

$t = 0 \rightarrow (1,0,1)$ 2 ; Doğrunun Parametrik denklemleri :

$x = 1 + t$ 1

$y = \sqrt{2}\,t$ 1

$z = 1 - t$ 1