Pınar Albayrak
2. Uygulama

(*) $\lim_{x \to 1^-} (1-x) \cdot \tan\frac{\pi}{2}x = ?$

$\underline{1-x=u}$ olsun. $x \to 1$ ise $u \to 0$ olur. $\tan\frac{\pi}{2}x = \dfrac{\sin\frac{\pi}{2}x}{\cos\frac{\pi}{2}x}$

$x = 1-u$

$$\lim_{u \to 0} \frac{u \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}u\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}u\right)} \qquad \left(\begin{array}{l} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}u\right) = \cos\frac{\pi}{2}u \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}u\right) = \sin\frac{\pi}{2}u \end{array} \right)$$

$$= \lim_{u \to 0} \frac{u \cdot \cos\frac{\pi}{2}u}{\sin\frac{\pi}{2}u}$$

$$= \lim_{u \to 0} \underbrace{\frac{\frac{\pi}{2}u}{\sin\frac{\pi}{2}u}}_{1} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}u}_{1} = \frac{2}{\pi}$$

(*) $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x \le 0 \\ x, & 0 < x < 1 \\ bx^2+a, & x \ge 1 \end{cases}$ fonksiyonunun $x=0$ da süreksiz, $x=1$ de sürekli olması için a ve b hangi şartları sağlamalı?

$x=0$ da süreksiz olması için : $\lim_{x \to 0^+} f(x) \neq \lim_{x \to 0^-} f(x)$ olmalı.

$$\underbrace{\lim_{x \to 0^+} x}_{0} \neq \underbrace{\lim_{x \to 0^-} ax+b}_{b} \Rightarrow \boxed{b \neq 0} \text{ olmalı.}$$

$x=1$ de sürekli olması için : $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1)$ olmalı.

$$\underbrace{\lim_{x \to 1^+} bx^2+a}_{a+b} = \underbrace{\lim_{x \to 1^-} x}_{1} \Rightarrow \boxed{a+b=1}$$

$\left.\begin{array}{l} a+b=1 \\ b \neq 0 \end{array}\right\}$ olursa $f(x)$ $x=0$ da süreksiz, $x=1$ de sürekli olur.

18.10.2018

Sevgili Matematik 1 Öğrencileri,

Bugün mail atan/odama gelen öğrenciler sebebiyle bu bilgilendirme notunu yazma ihtiyacı hissettim. Bilmenizi isterim ki; genellikle fotokopicilerden edindiğiniz bu ders notlarımı/uygulama sorularımı 2 dönemdir Avesis sayfama (http://avesis.yildiz.edu.tr/pkanar/dokumanlar) yüklüyorum. Notlarıma ulaşmak için fotokopi ücreti ödemenize, kağıt israfı yapmanıza hiç gerek yok :)

Ayrıca yine bilmenizi isterim ki; bu notları yüklemekteki amacım tabii ki “ders takibi yapmadan Matematik dersini geçebilmenizi sağlamak” değil. Aslına bakarsanız ben bu notları hem dersi takip edip hem de tahtadakileri yazmakta zorlanan öğrencilerime kolaylık olsun diye paylaşmaya başlamıştım; notlarımın tek muhatabı kendi öğrencilerimdi başlangıçta. Sonrasında nasıl olduysa bütün öğrencilerin kullandığı bir kaynak haline geldi. Unutmayın ki hiçbir not/kitap bir öğretmenin aktardığı bilgiden daha faydalı/değerli/kalıcı değildir; lütfen ders takibinizi aksatmayın, dersi derste dinleyip kendi notunuzu tutun, bir eksiğiniz var mı diye merak ederseniz de benim notlarıma bilgisayardan göz atarsınız :)

Ayrıca son bir haftadır mail ile en çok sorulan soruya da cevap vermek istiyorum:

Soru: Matematik sınavları test mi, klasik mi olacak **Cevabım:** Tabii ki klasik olacak :)

Hepinize yaklaşan sınavlarınızda başarılar dilerim. Umarım tüm sorular bildiğiniz yerlerden gelir :)

Sevgiler,

Pınar Albayrak

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x-2}+\sqrt[3]{2x-3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{\sqrt{x}}\,(2+\underbrace{x^{-1/6}+x^{-3/10}}_{\to 0})}{\cancel{\sqrt{x}}\left(\sqrt{3-\underbrace{\tfrac{2}{x}}_{0}}+\sqrt[3]{\tfrac{2}{\sqrt{x}}-\underbrace{\tfrac{3}{x^{3/2}}}_{0}}\right)} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{1-\sqrt{2-x}} & , x<1 \\ 2a & , x=1 \\ \dfrac{\sin(x-1)}{b.(2x-2)} & , x>1 \end{cases}$$

fonksiyonu $x=1$ de sürekli ise $a, b=?$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = f(1)$ olmalı. $\boxed{f(1)=2a}$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin(x-1)}{b.(2x-2)} = \lim_{x\to 1^+} \underbrace{\frac{\sin(x-1)}{x-1}}_{1} \cdot \frac{1}{2b} = \frac{1}{2b} = 2a \Rightarrow \boxed{a.b=\frac{1}{4}}$$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x-1}{1-\sqrt{2-x}} = \lim_{x\to 1^-} \frac{\cancel{(x-1)}\,(1+\sqrt{2-x})}{\frac{1-2+x}{\cancel{x-1}}} = 2 = 2a \Rightarrow \boxed{a=1}$$

$$\boxed{b=\frac{1}{4}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right) = ?$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x})(\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x})}{\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x}+\sqrt{x}-\cancel{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{\sqrt{x}}\;1}{\cancel{\sqrt{x}}\left(\sqrt{1+\underbrace{\tfrac{1}{\sqrt{x}}}_{0}}+1\right)} = \frac{1}{2}$$

(*) $f(x)=x^2+x$, $[0,1]$ de türevlenebilir mi?

$x_0 \in (0,1)$ için

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{(x_0+h)^2+x_0+h-x_0^2-x_0}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x_0^2}+2x_0h+h^2+\cancel{x_0}+h-\cancel{x_0^2}-\cancel{x_0}}{h}=2x_0+1$$

(açık aralıkta türevli)

$$f'_+(0)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{h^2+h-0}{h}=1$$ (Sol uçta sağdan türevli)

$$f'_-(1)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{\cancel{1}+2h+h^2+\cancel{1}+h-\cancel{2}}{h}=\lim_{h\to 0}h+3=3$$

(Sağ uçta soldan türevli)

$[0,1]$ de türevlenir.

(*) $f(x)=|x^2-1|$ in $x=1$ de sürekli ama türevlenemez olduğunu gösteriniz.

$$f'_-(1)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{1-(1+h)^2-0}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-2h-h^2}{h}=-2$$

$$f'_+(1)=\lim_{h\to 0^+}\frac{(1+h)^2-1-0}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{h^2+2h}{h}=2$$

$\neq$ $x=1$ de $f(x)$ türevlenemez.

$\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}|1-x^2|=0$ $\quad \lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}|1-x^2|=0$ $\quad f(1)=0 \Rightarrow$ $x=1$ de sürekli.

(*) $y=x^2-2x$ eğrisinin $x+2y=1$ doğrusuna dik olan teğeti?

$y=x^2-2x \to y'=2x-2=m \to$ teğetin eğimi

$x+2y=1 \to y=\frac{1}{2}-\frac{x}{2} \to$ doğrunun eğimi $=-\frac{1}{2}$

dik $\Rightarrow (2x-2)\cdot\frac{-1}{2}=-1$

$2x-2=2 \Rightarrow \boxed{x=2}$

$y=x^2-2x$ in $x=2$ deki teğeti denklemi

$y-y_0=m(x-x_0)\to$ $y-0=2(x-2)$

$\boxed{y=2x-4}$

$(x=2\to y=2^2-2.2=0)$

$(m=2x-2 \to x=2 \Rightarrow m=2.2-2=2)$

$\circledast$ $f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin\frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$ fonksiyonunun $x=0$ daki türevlenebilirliğini araştırınız.

* Sürekli mi?

$\lim\limits_{x\to 0} \underbrace{x}_{0} \cdot \underbrace{\sin\frac{1}{x}}_{\text{sınırlı}} = 0 = f(0)$ ✓ sürekli

* $f'(0)$ mevcut mu?

$f'(0) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\cancel{h} \cdot \sin\frac{1}{h} - 0}{\cancel{h}} = \lim\limits_{h\to 0} \sin\frac{1}{h} \rightarrow$ Limiti mevcut değildir.

Fonksiyon $x=0$ da türevlenemez

$\circledast$ f ve g türevlenebilir iki fonksiyon ve $f'(2)=3$, $g(1)=2$, $g'(1)=1$ olsun. $h(x) = (f \circ g)(x^2)$ ise $h'(1) = ?$

$h(x) = f(g(x^2)) \Rightarrow h'(x) = 2x \cdot g'(x^2) \cdot f'(g(x^2))$

$h'(1) = 2 \cdot \underbrace{g'(1)}_{1} \cdot \underbrace{f'(\underbrace{g(1)}_{2})}_{3} = 2 \cdot 3 = 6$

$\circledast$ Hangi $x \in \mathbb{R}$ noktaları için $f(x) = x^3 - 3x$ eğrisine teğet doğrular yataydır?

Teğet doğru yataysa eğimi 0 dır.

$m_T = f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \mp 1$

⊛ $\cos(3x+y)+\sin(x+3y)=-1$ denklemi ile verilen kapalı fonksiyonun $A\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ noktasındaki teğet ve normal doğrularını bulun. ($y'=-\frac{F_x}{F_y}$ formülünü kullanmayın)

$$-(3+y')\cdot\sin(3x+y)+(1+3y')\cdot\cos(x+3y)=0$$

$$y'\left(-\sin(3x+y)+3\cos(x+3y)\right)=3\sin(3x+y)-\cos(x+3y)$$

$$y'=\frac{3\sin(3x+y)-\cos(x+3y)}{-\sin(3x+y)+3\cos(x+3y)} \qquad y'\Big|_{\left(0,\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{3\cdot\overbrace{\sin\frac{\pi}{2}}^{1}-\overbrace{\cos\frac{3\pi}{2}}^{0}}{-\underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1}+3\underbrace{\cos\frac{3\pi}{2}}_{0}}=-3$$

$$m_T=-3 \Rightarrow m_N=\frac{1}{3}$$

$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ deki teğet $\Rightarrow$ $y-\frac{\pi}{2}=-3(x-0) \Rightarrow y=-3x+\frac{\pi}{2}$

" " normal $\Rightarrow$ $y-\frac{\pi}{2}=\frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow y=\frac{x}{3}+\frac{\pi}{2}$

⊛ $f(x)=\cos x$ fonksiyonunun türevinin $f'(x)=-\sin x$ olduğunu gösteriniz.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cos x\cos h-\sin x\sin h-\cos x}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(\cos x\underbrace{\frac{(\cos h-1)}{h}}_{0}-\sin x\cdot\underbrace{\frac{\sin h}{h}}_{1}\right)=-\sin x$$

(*) $y^3 - x^3 = xy \Rightarrow y''$ yü x ve y cinsinden yazınız.

$F: y^3 - x^3 - xy = 0 \overset{\text{türev}}{\Rightarrow} 3y^2y' - 3x^2 - y - xy' = 0$

$$y' = -\frac{-3x^2 - y}{3y^2 - x} = \frac{3x^2 + y}{3y^2 - x}$$

$$y'' = \frac{(6x + y')(3y^2 - x) - (3x^2 + y)(6yy' - 1)}{(3y^2 - x)^2}$$

$$y'' = \frac{\left(6x + \frac{3x^2+y}{3y^2-x}\right)(3y^2 - x) - (3x^2 + y)\left(6y \cdot \frac{3x^2+y}{3y^2-x} - 1\right)}{(3y^2 - x)^2}$$

(*) $$\lim_{x\to\infty} \frac{2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x-2} + \sqrt[3]{2x-3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x-2} + \underbrace{\sqrt[6]{(2x-3)^2}}_{\sqrt[6]{4x^2-12x+9}}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{\sqrt{x}}\left(2 + \overset{0}{x^{-1/6}} + \overset{0}{x^{-3/10}}\right)}{\cancel{\sqrt{x}}\left(\sqrt{3 - \underset{0}{\frac{2}{x}}} + \sqrt[6]{\underset{0}{\frac{4}{x}} - \underset{0}{\frac{12}{x^2}} + \underset{0}{\frac{9}{x^3}}}\right)} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

(*) $y = \dfrac{1}{\sqrt{|x| - x}}$ fonksiyonunun tanım kümesi?

$|x| - x > 0$ olmalı. $|x| > x \Rightarrow \boxed{x < 0} \Rightarrow \boxed{T.K = (-\infty, 0)}$

(*) $y = \sqrt{\ln \dfrac{5x - x^2}{4}}$ tanım kümesi?

$\ln \dfrac{5x-x^2}{4} \geq 0 \Rightarrow \dfrac{5x - x^2}{4} \geq 1 \Rightarrow 5x - x^2 \geq 4$

$\Rightarrow x^2 - 5x + 4 \leq 0$ olmalı.

$x = 1$
$x = 4$

	1		4	
+	0	−	0	+

$\boxed{T.K = [1, 4]}$

⊛ $f(x)=\begin{cases} ax+b & , x<0 \\ 2\sin x+3\cos x & , x\geq 0 \end{cases}$ fonksiyonunun $x=0$ da türevlenebilir olması için $a,b=?$

$x=0$ da türevlenebilir ise süreklidir.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=f(0)$ dır.

$\lim\limits_{x\to 0^-} ax+b=b$ $\quad \lim\limits_{x\to 0^-} 2\sin x+3\cos x=3 \Rightarrow \boxed{b=3}$

$x=0$ da türevli ise $f'_+(0)=f'_-(0)$ dır.

$f'_+(0)=\lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{f(0+h)-\overset{3}{\overline{f(0)}}}{h}=\lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{2\sin h+3\cos h-3}{h}$

$=\lim\limits_{h\to 0^+}\left(2\cdot\underbrace{\dfrac{\sin h}{h}}_{1}+3\cdot\underbrace{\dfrac{\cos h-1}{h}}_{0}\right)=2$

$f'_-(0)=\lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{ah+3-3}{h}=a$ $\quad \boxed{a=2}$

⊛ $y=x\sqrt{4-x^2}$ fonksiyonunun yerel ve mutlak ekstremumlarını araştırın.

$4-x^2\geq 0 \Rightarrow 4\geq x^2 \Rightarrow x\in[-2,2]$ de tanımlı. $D(f)=[-2,2]$

$\boxed{x=2 \mid x=-2}$ uç noktalar

$y'=\sqrt{4-x^2}-x\cdot\dfrac{2x}{2\sqrt{4-x^2}}=\dfrac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$ $\to y'=0 \Rightarrow \boxed{x=\mp\sqrt{2}}$ K.N.

$\to \boxed{x=\mp 2}$ K.N (f' tanımsız)

	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	
y'		$-$ $\quad 0$	$+$ $\quad 0$	$-$	
y		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	
	y. max	y. min	y. max	y. min	

$f(-2)=f(2)=0$

$f(\sqrt{2})=2 \to$ mutlak max

$f(-\sqrt{2})=-2 \to$ mutlak min.

$x=-\sqrt{2}$, $x=2 \to$ yerel min. noktaları,

$x=\sqrt{2}$, $x=-2 \to$ yerel max. "

$x=\sqrt{2} \to$ mutlak max. noktası

$x=-\sqrt{2} \to$ mutlak min. "

3.a $f(x) = \begin{cases} 4x \ , & x \le 0 \\ ax^2 + bx + c \ , & 0 < x < 1 \\ 3 - 2x \ , & x \ge 1 \end{cases}$ ile tanımlı f fonksiyonunun türevlenebilir bir fonksiyon olabilmesi için a, b ve c değerleri ne olmalıdır?

$x=0$ ve $x=1$'de türevlidir.

Ohalde $x=0$ ve $x=1$ de süreklidir.

$\lim_{x\to 0^+} (ax^2+bx+c) = \lim_{x\to 0^-} 4x = 0 \rightarrow \boxed{c=0}$

$\underbrace{\lim_{x\to 1^+} 3-2x}_{1} = \lim_{x\to 1^-} (ax^2+bx) \Rightarrow a+b=1$

$x=0$'da türevli ise: $f'_-(0) = f'_+(0)$.

$\lim_{h\to 0^-} \frac{4.h}{h} = 4 = f'_-(0)$ $\quad \lim_{h\to 0^+} \frac{ah^2+bh}{h} = b = f'_+(0) \Rightarrow \boxed{b=4} \Rightarrow a=-3$

kontrol: $a=-3$, $b=4$, $c=0$ ise $x=1$'de türevli mi?

$f'_+(1) = \lim_{h\to 0^+} \frac{3-2(1+h)-1}{h} = -2$ $\quad f'_-(1) = \lim_{h\to 0^-} \frac{-3(1+h)^2+4(1+h)-1}{h}$

$= -2$ ✓

3.b. $\sqrt[3]{8.1}$ nin yaklaşık değerini lineer yaklaşım kullanarak hesaplayınız.

$a=8$ $\quad f(x) = \sqrt[3]{x}$ $\quad f'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{-2/3}$

$L(x) = f(8) + f'(8).(x-8)$ $\quad f(8)=2$ $\quad f'(8) = \frac{1}{12}$

$L(x) = \frac{1}{12} + 2(x-8)$

$f(x) \approx L(x) = \frac{1}{12} + 2.(x-8)$

$f(8{,}1) \approx L(8{,}1) = \frac{1}{12} + 2.(8{,}1-8) = \frac{1}{12} + \frac{1}{5} = \frac{17}{60}$

$\sqrt[3]{8{,}1} \cong \frac{17}{60}$

Good Luck...

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}, & x<0\\[2ex] x^2+\dfrac{1}{2}, & x\geq 0\end{cases}$$

fonksiyonunun $x=0$ daki türevlenebilirliğini araştırın.

$x=0$ 'da sürekli mi?

$\lim\limits_{x\to 0^+} x^2+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ $\quad f(0)=\frac{1}{2}$ $\quad \lim\limits_{x\to 0^-}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cancel{1}-\cancel{1}+\cancel{x}}{\cancel{x}(1+\sqrt{1-x})}=\frac{1}{2}$

$=$ ✓

$\Rightarrow f(x)$ $x=0$ 'da sürekli

$f'_+(0)\overset{?}{=}f'_-(0)$

$$f'_+(0)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{h^{\cancel{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{2}}}{\cancel{h}}=0$$

$$f'_-(0)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{\frac{1-\sqrt{1-h}}{h}-\frac{1}{2}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0^-}\frac{1-\frac{h}{2}-\sqrt{1-h}}{h^2}=\lim_{h\to 0^-}\frac{(1-\frac{h}{2})^2-1+h}{h^2(1-\frac{h}{2}+\sqrt{1-h})}$$

$(1-\frac{h}{2}+\sqrt{1-h})$

$$=\lim_{h\to 0^-}\frac{\frac{\cancel{h^2}}{4}-\cancel{h}+\cancel{1}+\cancel{h}-\cancel{1}}{\cancel{h^2}(1-\underbrace{\tfrac{h}{2}}_{0}+\underbrace{\sqrt{1-h}}_{1})}=\frac{1}{8}$$

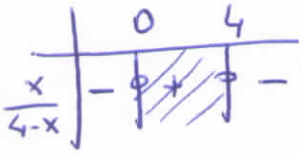
$f'_+(0)\neq f'_-(0)$ $\quad f(x)$ $x=0$ da türevlenemez.

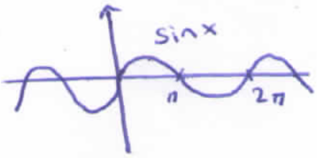
YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi , Mazeret Sınav Soru ve Cevap Kağıdı		Not Tablosu							
		1.a	1.b	2.a	2.b	3.	4.a	4.b	Toplam
Adı Soyadı									
Numarası									
Bölümü		Gr No					Tarih	27.12.2016	
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I			Süre	90 dk		Sınıf		
Öğretim Üyesi					İmza				

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun ***Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin*** 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar.

1.a. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{4-x}} - \sqrt{sinx}$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

$\frac{x}{4-x} \geq 0$, $x \neq 4$, $\sin x \geq 0$ olmalı





$[0,4)$ $\cap$

$D(f) = [0,\pi]$

1.b. $h(2) = 2$, $h'(2) = 1$, $f'(8) = -1$ olmak üzere, $g(x) = f(x^2 + xh(x))$ ile tanımlı g fonksiyonu için $g'(2)$ değerini hesaplayınız.

$g(x) = f(x^2 + x\,h(x)) \Rightarrow g'(x) = f'(x^2 + x\,h(x)) \cdot [2x + h(x) + x\,h'(x)]$

$g'(2) = \underbrace{f'(\underbrace{4 + 2 \cdot \underbrace{h(2)}_{2}}_{8})}_{-1} \cdot [4 + \underbrace{h(2)}_{2} + 2\underbrace{h'(2)}_{1}]$

$g'(2) = -1 \cdot 8 = \boxed{-8}$

Good Luck...

⊛ $\frac{y^2}{2}\cdot\sin\left(\frac{1}{y}\right)=x-y^2$ şeklinde kapalı olarak verilen $y=y(x)$ fonksiyonunun $P\left(\frac{6}{\pi^2},\frac{2}{\pi}\right)$ noktasındaki teğet denklemi? (2016-mazeret sınav sorusu)

$$\frac{y^2}{2}\cdot\sin\left(\frac{1}{y}\right)=x-y^2 \xrightarrow{\text{Türev}} y\cdot y'\sin\left(\frac{1}{y}\right)+\frac{y^2}{2}\cdot\left(\frac{-y'}{y^2}\right)\cos\left(\frac{1}{y}\right)=1-2yy'$$

$$\downarrow x=\frac{6}{\pi^2} \quad y=\frac{2}{\pi}$$

$$\frac{2}{\pi}\cdot y'\cdot\underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{1}+\underbrace{\frac{2}{\pi^2}\cdot\left(-y'\cdot\frac{\pi^2}{4}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{0}=1-\frac{4}{\pi}y'$$

$$\frac{2}{\pi}y'=1-\frac{4}{\pi}y' \Rightarrow y'=\frac{\pi}{6}=m_T$$

Teğet denklem: $y-\frac{2}{\pi}=\frac{\pi}{6}\left(x-\frac{6}{\pi^2}\right)$

⊛ $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\sqrt{2}\sin x}{\cot^2 x-1}=?$ (L'Hopital kullanmayınız) (2016-Mazeret Sınavı sorusu)

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\sqrt{2}\sin x}{\cot^2 x-1}\,(1+\sqrt{2}\sin x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-2\sin^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}-1}\cdot\frac{1}{1+\sqrt{2}\sin x}$$

$\left(\begin{array}{l}\cos 2x=1-2\sin^2 x\\ \quad\quad\;=\cos^2 x-\sin^2 x\end{array}\right.$ olduğundan$\left.\right)$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cancel{\cos 2x}}{\frac{\cancel{\cos 2x}}{\sin^2 x}}\cdot\frac{1}{1+\sqrt{2}\sin x}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin^2 x}{1+\sqrt{2}\sin x}=\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{1+1}=\frac{1}{4}$$

YTÜ - Fen-Edebiyat Fakültesi, I. Yıliçi Sınav Soru ve Cevap Kağıdı				NOT TABLOSU					
				1. S	2. S	3. S	4. S		TOPLAM
Adı Soyadı									
Öğrenci Numarası		Grup No							
Bölümü					Sınav Tarihi		14/11/2015		
Dersin Adı	Mat1071 Matematik I			Sınav Süresi	100dk	Sınav Yeri			
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı				İmza					

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun ***Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin*** 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar.

NOT: *Bu sınavda* ***L'Hôpital*** *kuralı kullanılmayacaktır.*

S1. a) $f:\Re\to\Re$ fonksiyonu $f(x)=\begin{cases} x & , \quad x\le -2 \\ 1/(x+2) & , \quad -2<x\le 1 \\ \dfrac{\sin(1-\sqrt{x})}{x-1} & , \quad x>1 \end{cases}$ şeklinde tanımlanıyor. Buna göre;

i) $\lim_{x\to -2} f(x)$ ve $\lim_{x\to 1} f(x)$ limitlerini hesaplayınız. **(15 puan)**

ii) $x=-2$ **ve** $x=1$ noktalarındaki süreksizlik tiplerini belirleyiniz.

$\lim_{x\to -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$

$\lim_{x\to -2^-} x = -2$

> limit yok

$x=-2$'de (esas) sonsuz süreksiz

$x=1$ sıcramalı süreksiz

$\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{3}$

$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin(1-\sqrt{x})}{-(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} = -\frac{1}{2}$

$\neq$ limit yok

b) Diferansiyel hesap ya da lineer yaklaşım kullanarak $\sqrt[3]{28}$ in yaklaşık değerini hesaplayınız. **(10 puan)**

$f(x)=\sqrt[3]{x} \qquad a=27$

$f'(x)=\frac{1}{3}\cdot x^{-2/3} \qquad f'(27)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{27}$

$f(27)=3$

$L(x)=3+\frac{1}{27}(x-27)$

$f(x)\approx L(x)=3+\frac{1}{27}(x-27)$

$f(28)\approx L(28)=3+\frac{1}{27}(28-27)=3+\frac{1}{27}=\frac{82}{27}$

Başarılar dilerim.

⊛ $(1{,}002)^3 - 2\sqrt{1{,}002} + 3$ sayısının yaklaşık değerini
a) Lineerleştirme ile
b) Diferansiyel ile hesaplayın.

$f(x) = x^3 - 2\sqrt{x} + 3$ $a = 1$ olsun.

a) $L(x) = f(1) + f'(1).(x-1)$

$f(1) = 1 - 2 + 3 = 2$

$f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = 3 - 1 = 2$

$L(x) = 2 + 2(x-1) \rightarrow f(x) \approx L(x) = 2 + 2(x-1)$

$f(1{,}002) \approx L(1{,}002) = 2 + 2.(1{,}002 - 1)$

$= 2 + 2.0{,}002 = \underline{2{,}004}$

b) Diferansiyel ile: $dx = \Delta x = 1{,}002 - 1 = 0{,}002$

$dy = f'(1).dx = 2.0{,}002 = 0{,}004$

$\Delta y = f(1{,}002) - f(1) = f(1{,}002) - 2$

$dy \approx \Delta y \Rightarrow f(1{,}002) - 2 \approx 0{,}004$

$f(1{,}002) \approx 2 + 0{,}004 = \underline{2{,}004}$

⊛ $x^2y^2 + \tan(x+y) - 1 = 0$ eğrisine $P(\frac{\pi}{4}, 0)$ noktasında teğet olan doğrunun denklemi?

$x^2y^2 + \tan(x+y) - 1 = 0$

$\downarrow$

$2xy^2 + 2yy'x^2 + (1+y').\sec^2(x+y) = 0$

$\downarrow x = \frac{\pi}{4} \quad y = 0$

$(1+y').\sec^2\frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow y' = -1 \rightarrow$ Teğetin eğimi

Teğet denklemi: $y - 0 = -(x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow y = \frac{\pi}{4} - x$

13

4.a. $f(x)=\frac{3|x-2|}{x^2(4-x^2)}$ fonksiyonunun sürekliliğini inceleyiniz. Eğer varsa süreksizlik noktalarını sınıflandırınız.

Fonksiyon $x^2(4-x^2)=0 \rightarrow x=0,-2,2$ de incelenmelidir.
Diğer her noktada süreklidir. (3) +3+3 (+5)

$x=0$ için

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{3\cancel{(2-x)}}{x^2\cancel{(2-x)}(2+x)}=\lim_{x\to 0^-}\frac{3}{x^2(2+x)}=\infty=\lim_{x\to 0^+}\frac{3\cancel{(2-x)}}{x^2\cancel{(2-x)}(2+x)}=\infty$$

olduğundan $x=0$ da $\boxed{\text{sonsuz (esas) süreksiz}}$

$x=-2$ için

$$\lim_{x\to -2^-}\frac{3\cancel{(2-x)}}{x^2\cancel{(2-x)}(2+x)}=-\infty \qquad \lim_{x\to -2^+}\frac{3\cancel{(2-x)}}{x^2\cancel{(2-x)}(2+x)}=+\infty$$

olduğundan $x=0$ da $\boxed{\text{sonsuz (esas) süreksiz}}$

$x=2$ için

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{3\cancel{(2-x)}}{x^2\cancel{(2-x)}(2+x)}=\frac{3}{16}\neq\lim_{x\to 2^+}\frac{3\cancel{(x-2)}}{x^2\cancel{(2-x)}(2+x)}=\frac{-3}{16}$$

olduğundan $x=2$ de $\boxed{\text{sıçramalı süreksiz}}$

4.b. $f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilir iki fonksiyon olsun. $f(g(x))=x$ ve $f'(x)=1+(f(x))^2$ olduğunu kabul edelim. O zaman $g'(x)=\frac{1}{1+x^2}$ olduğunu ispatlayınız. 12

$$[f(g(x))]'=1 \Rightarrow f'(g(x))\cdot g'(x)=1$$

$$f'(g(x))=1+[f(g(x))]^2=1+x^2 \quad \text{olduğundan}$$

$$(1+x^2)g'(x)=1 \Rightarrow \boxed{g'(x)=\frac{1}{1+x^2}}$$

⊛ $x>0$ olmak üzere $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ fonksiyonunun türevini türev tanımı ile hesaplayın. (2015- sınav sorusu)

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{\sqrt{x+h}}-\frac{1}{\sqrt{x}}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{h.\sqrt{x}.\sqrt{x+h}}$$
$$(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}-\cancel{x}-\cancel{h}}{\cancel{h}.\sqrt{x}.\sqrt{x+h}}.\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+h}}=-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

⊛ f türevlenebilir bir fonksiyon, $f(-1)=5$ ve $f'(-1)=2$ olsun. $f(-0,9)$ değerini lineerleştirme kullanarak yaklaşık olarak hesaplayınız.

$$L(x)=\underbrace{f(-1)}_{5}+\underbrace{f'(-1)}_{2}.(x+1)=5+2(x+1)$$

$$f(x)\approx L(x) \Rightarrow f(-0,9)\approx L(-0,9)=5+2(-0,9+1)=5+0,2=5,2$$

⊛ $\sin(xy)=1-x^2-y^2+x^2y^3$ eğrisinin x-eksenini kestiği noktaları bulunuz ve bu noktalardaki teğet doğruların birbirine paralel olup olmadığını belirtiniz. (2017-1. vize sorusu)

$y=0 \Rightarrow 0=1-x^2 \Rightarrow x=\mp 1$ de ekseni keser

$$\sin xy=1-x^2-y^2+x^2y^3 \rightarrow (y+xy')\cos xy=-2x-2yy'+2xy^3+3x^2y^2y'$$

$x=1 \quad y=0$ $\qquad$ $x=-1, y=0$

$m_1=y'=-2$ $\qquad$ $m_2=y'=-2$

$m_1=m_2=-2 \Rightarrow$ Doğrular paraleldir

YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi I. Vize Soru ve Cevap Kağıdı			Not Tablosu				
			1. S	2. S	3.S	4. S	Σ
Adı Soyadı							
Numarası		Grup No					
Bölümü							
Dersin Adı	MAT1071 MATEMATİK I			Tarih	11.11.2017		
Öğretim Üyesi			Süre	100 dk.	Sınıf		
				İmza			

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan *"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"* fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

UYARI: Sınavdaki limit hesabı gerektiren sorularda *L'HÔPITAL KURALI* KULLANILMAYACAKTIR.

1.a) $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ fonksiyonu $g(1)=g'(1)=4$ şartlarını sağlayan türevlenebilen bir fonksiyon olsun ve $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ fonksiyonu da $f(x)=\frac{g(x^2)}{1+x^2}$ ile tanımlı olsun. **Lineer yaklaşım veya diferansiyel hesap kullanarak** $f(1.25)$ in yaklaşık değerini bulunuz. *(13 Puan)*

$L(x)=f(1)+f'(1)(x-1)$, $f(1)=\frac{g(1)}{1+1}=\frac{4}{2}=2$

$$f'(x)=\frac{2x.g'(x^2)(1+x^2)-g(x^2).2x}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(1)=\frac{2.4.2-4.2}{2^2}=2$$

$f(x)\approx L(x)=2+2(x-1)$

$f(1.25)\simeq L(1.25)=2+2(1.25-1)=2.5$

1. b) $f(x)=\frac{|x^2-9|}{x^2-4x+3}$ ile tanımlı f fonksiyonunun süreksiz olduğu tüm noktaları bulunuz. Bulduğunuz bu süreksizlik noktalarını sınıflandırınız. *(12 Puan)*

$x^2-4x+3=0 \Rightarrow x=3,\ x=1$ için süreksiz,

$\underline{x=1 \text{ için}}$: $\lim\limits_{x\to1^-} -\frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}(x-1)}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+} -\frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}(x-1)}=-\infty$

$\Rightarrow x=1$ sonsuz (esas) süreksizlik noktasıdır.

$\underline{x=3 \text{ için}}$: $\lim\limits_{x\to3^+} \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}(x-1)}=3$, $\lim\limits_{x\to3^-} -\frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}(x-1)}=-3$

$\lim\limits_{x\to3^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to3^-} f(x) \Rightarrow x=3$ sıçramalı süreksizlik noktasıdır.

3. a) $f(x)=\begin{cases} tan(sinx) , & x \le 0 \\ \frac{1}{x} sinx^2 , & x>0 \end{cases}$ ile tanımlı f fonksiyonunun $x = 0$ noktasında türeve sahip olup olmadığını belirleyiniz. (*15 Puan*)

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x}\cdot \sin x^2 = \lim_{x\to 0^+} \underbrace{\frac{\sin x^2}{x^2}}_{1} \cdot x = 0$$

$$\lim_{x\to 0^-} \tan(\sin x) = 0 \quad , \quad f(0)=0$$

$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$ olduğundan fonksiyon $x=0$'da süreklidir.

$$f'_+(0) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{\frac{1}{h}\sin h^2 - 0}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{\sin h^2}{h^2} = 1$$

$$f'_-(0) = \lim_{h\to 0^-} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{\tan(\sin h)-0}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^-} \underbrace{\frac{\tan(\sin h)}{\sin h}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{\sin h}{h}}_{1}$$

$$=1$$

$f'_+(0) = f'_-(0) = 1$ olduğundan $f(x)$, $x=1$'de türevlenebilirdir. $f'(0) = \underline{1}$.

3. b) $\lim_{x\to -\infty} \left(2x + \sqrt{4x^2+3x} \right) = ?$ (*10 Puan*)

$$\lim_{x\to -\infty} (2x+\sqrt{4x^2+3x}) \to \infty - \infty$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{(2x+\sqrt{4x^2+3x})(2x-\sqrt{4x^2+3x})}{2x-\sqrt{4x^2+3x}} = \lim_{x\to -\infty} \frac{\cancel{4x^2}-\cancel{4x^2}-3x}{2x-\sqrt{4x^2+3x}}$$

$$= \lim_{x\to -\infty} \frac{-3x}{2x - \underbrace{|x|}_{-}\sqrt{4+\frac{3}{x}}} = \lim_{x\to -\infty} \frac{-3\cancel{x}}{\cancel{x}(2+\sqrt{4+\underbrace{\frac{3}{x}}_{0}})} = -\frac{3}{4}$$

3) $f(x) = \begin{cases} a\sin x + b & ; \ x < 0 \\ x & ; \ x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonunun $x=0$ noktasında türevlenebilir olması için a ve b nin alacağı değerleri bulunuz.

Çözüm: -) $f(x)$ fonk. $x=0$ nok.'da sürekli olmalıdır.

$$\lim_{x\to 0^-} (a\sin x + b) = \underbrace{\lim_{x\to 0^+} x}_{0} = f(0)$$

$$b = 0 = 0$$

$\Rightarrow \boxed{b=0}$

-) $f(x)$ fonk. $x=0$ nok.'da türevlenebilir olması için

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{a\sin(0+h) - 0}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{a\sinh}{h} = a$$

$$=$$

$$\lim_{h\to 0^+} \frac{(0+\cancel{h}) - 0}{\cancel{h}} = \lim_{h\to 0^+} 1 = 1$$

$\Rightarrow \boxed{a=1}$ bulunur.

YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi, I. Vize Sınavı Soru ve Cevap Kağıdı		Not Tablosu							
		1.a	1.b	2.a	2.b	3.a	3.b	4.	Toplam
Adı Soyadı									
Numarası									
Bölümü		Gr No							
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I					Tarih	12.11.2016		
Öğretim Üyesi	CEVAP ANAHTARI			Süre		90 dk	Sınıf		
						İmza			

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1.a. $y\sin\left(\frac{1}{y}\right)+x\cos\left(\frac{1}{y}\right)=-2x$ eğrisinin $P\left(0,\frac{1}{\pi}\right)$ noktasındaki teğet doğrusunun denklemini bulunuz ($y'=-\frac{F_x}{F_y}$ formülünü kullanmayınız). (1)

$$y'\sin\left(\frac{1}{y}\right)+y\left(-\frac{y'}{y^2}\right)\cos\left(\frac{1}{y}\right)+\cos\left(\frac{1}{y}\right)+x\left(-\frac{y'}{y^2}\right)\left(-\sin\left(\frac{1}{y}\right)\right)=-2$$

(2) (2) (2) (2) (1)

$$y'=\frac{-2-\cos\left(\frac{1}{y}\right)}{\sin\left(\frac{1}{y}\right)-\frac{1}{y}\cos\left(\frac{1}{y}\right)+\frac{x}{y^2}\sin\frac{1}{y}}$$

$$y'\Big|_P=\frac{-2-\cos\pi}{\sin\pi-\pi\cos(\pi)+0}=\frac{-1}{\pi}$$ (1)

Teğet doğrusu : $\boxed{\left(y-\frac{1}{\pi}\right)=\frac{-1}{\pi}(x-0)}$ (2)

1.b. $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ türevlenebilen bir fonksiyon ve $g(2)=-4$, $g'(x)=\sqrt{x^2+5}$ olmak üzere; lineer yaklaşımı kullanarak $g(2{,}05)$ 'in yaklaşık değerini bulunuz. (14)

$g(x)$ fonksiyonunun $a=2$ deki lineerleştirmesi

$L(x)=g(2)+g'(2)(x-2)$ (2)

$L(x)=-4+3(x-2)$ (4)

$g(2.05)\approx L(2.05)=-4+3(2.05-2)=-4+0{,}15=\boxed{-3.85}$

(4) (2)

Başarılar...

21-22-35-51

2.a. Türev tanımını kullanarak,

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x}(1-\cos x) & x\geq 0\\ \sin x & x<0\end{cases}$$

ile tanımlı f fonksiyonunun $x=0$ 'da türevlenebilir olup olmadığını inceleyiniz. Nedenlerini açıklayınız.

0

$$f'_-(0)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{\sinh-0}{h}=1 \quad 5$$

$$f'_+(0)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{\sqrt[3]{h}(1-\cos h)-0}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0^+}\sqrt[3]{h}\cdot\frac{1-\cos h}{h}=0\cdot 0=0 \quad 5$$

$f'_-(0)\neq f'_+(0)$ olduğundan $x=0$ da türevlenemez.

3

2.b. $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin(2x)}{x^2-\pi x}$ limitini hesaplayınız (L'Hospital kuralını kullanmayınız).

$x-\pi=t$ dönüşümü ile

2

$$\lim_{x\to\pi}\frac{\sin 2x}{x(x-\pi)}$$

$$\lim_{t\to 0}\frac{\sin 2(t+\pi)}{(t+\pi)\cdot t}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin 2t}{(t+\pi)t}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin 2t}{2t}\cdot\frac{2}{t+\pi}=1\cdot\frac{2}{\pi}=\boxed{\frac{2}{\pi}}$$

2 2 3 3

Başarılar...

S.2 a) Eğer f fonksiyonunun $x = 1$ de türevi mevcut ise,

$$\lim_{h \to 1} \frac{f(h) - f(2-h)}{h-1}$$

limitini bulunuz.(15p)

$$L = \lim_{h \to 1} \frac{f(h) - f(2-h)}{h-1} \underset{=}{(u=h-1)} \lim_{u \to 0} \frac{f(1+u) - f(1-u)}{u}$$

$$= \lim_{u \to 0} \left[\frac{f(1+u) - f(1)}{u} - \frac{f(1-u) - f(1)}{-u} \cdot (-u) \right]$$

$$= f'(1) + f'(1) = 2f'(1).$$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < 0 \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ ile verilen f fonksiyonu için eğer mevcut ise $f'(0)$ değerini bulunuz.(8p)

$x = 0$ da sürekli mi?

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (x^2 + x) = 0 \\ \lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x+1) = 1 \end{array} \right\}$$ olduğundan f, $x = 0$ da sürekli değil.

Dolayısıyla; f'nin $x = 0$ da türevinden bahsedilemez.

Başarılar dilerim.