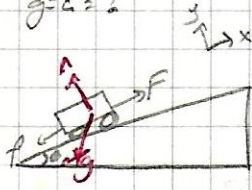


Örnek: Bir tepeye tırmanan m kütleli bir arabayı göz önüne alalım. Sür-
tünme kuvvetinin büyüklüğü $f = (218 + 0,7v^2) N$ 'dir. Burada v ,
m/s olarak arabanın anı hızıdır. Motorun tekerleklerle vermesi gereken
 $g = 2$



$$\sum F_x = F - f - mg \sin \theta = m a_x$$

$$F = m a_x + mg \sin \theta + f$$

$$F = m a_x + mg \sin \theta + (218 + 0,7v^2)$$

$$P = Fv = m v a_x + m v g \sin \theta + 218 v + 0,7 v^3$$

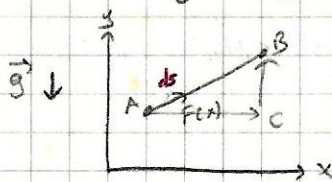
$m v a_x \rightarrow$ motorun arabayı ivmelen-
 $m v g \sin \theta \rightarrow$ araba eğimli yoldan çıkarken yerçekimini yenmek için gereken güç
 $218 v \rightarrow$ Yol sürtünmesini dengelemek için gereken güç
 $0,7 v^3 \rightarrow$ Hava sürtünmesini dengelemek için gereken güç

Potansiyel Enerji

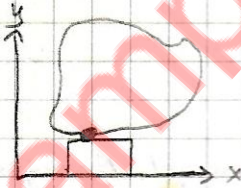
Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler

Korunumlu Kuvvet

- 1) Kuvvetin yaptığı aldığımız iş gütülen yoldan bağımsız ise bu kuvvet korunumludur.
- 2) Kapalı bir yol boyunca korunumlu bir kuvvetin yaptığı iş sıfırdır.



$$W_{AB} = \int_{A(x_1, y_1)}^{B(x_2, y_2)} \vec{F}(x, y) \cdot d\vec{s}$$



$$W = \int_A^B \vec{F}(x, y) \cdot d\vec{s} = 0$$

Sonuç AB gütülen yoldan bağımsız
kuvvet korunumludur

$$W_{AB} = W_{AC} + W_{CB}$$

$$W_{AB} = \int_A^C F(x) dx + \int_C^B F(y) dy$$

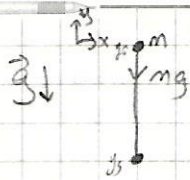
Potansiyel Enerjinin Genel Tanımı

Korunumlu kuvvet $\vec{F}_{kor}$ ise buna karşı iş yapan kuvvet ise $-\vec{F}_{kor}$

Potansiyel enerjisi U ile gösterirsek

$$-\int_1^2 \vec{F}_{kor} \cdot d\vec{r} = \Delta U = U_2 - U_1 \quad (\text{Pot. Enerji Tanımı})$$

$$W_{kor} = -W_{kor} \Rightarrow -W_{kor} = W_{kor}$$



$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int_{y_i}^{y_s} mg(\hat{j}) \cdot dy(\hat{j})$$

$$W = -mg(y_s - y_i)$$

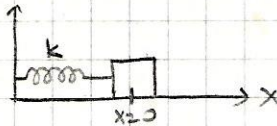
$$W = -mgy_s + mgy_i$$

$$W = -(\underbrace{mgy_s}_{U_s} - \underbrace{mgy_i}_{U_i})$$

$$W = -(U_s - U_i)$$

$$W = -\Delta U$$

Esneklik Potansiyel Enerjisi



$$W = \int F dx$$

$$F_{\text{spring}} = -kx$$

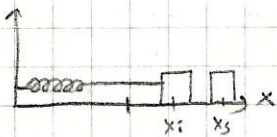
$$W = \int_{x_i}^{x_s} (-kx) dx$$

$$W = -\frac{kx^2}{2} \Big|_{x_i}^{x_s}$$

$$W = -(\frac{1}{2}kx_s^2 - \frac{1}{2}kx_i^2)$$

$$W_{\text{spring}} = -(U_s - U_i)$$

$$W_{\text{spring}} = -\Delta U$$



F kuvveti korunumlu ise

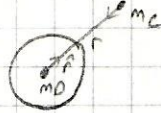
$$W = \int \vec{F}_k \cdot d\vec{r} = -\Delta U$$

$$W = \int \vec{F}_k \cdot d\vec{r} = -(U_s - U_i)$$

$$W = -U_s + U_i = \int \vec{F}_k \cdot d\vec{r}$$

$$U_s = -\int \vec{F}_k \cdot d\vec{r} + U_i$$

Kütle Çekim Potansiyel Enerjisi



$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$W = \int \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$d\vec{r} = dr \cdot \hat{r} \quad dr \Rightarrow -dr \Rightarrow -\int \vec{F} \cdot \hat{r} \cdot dr \cdot \hat{r} = -\int F dr (\hat{r} \cdot \hat{r}) = -\int F dr$$

$$W = -\int F(-dr)$$

$$W = -\int G \frac{Mm}{r^2} (-dr)$$

$$W = -GMm \int_{r_i}^{r_s} \frac{1}{r^2} (-dr)$$

$$(W = GMm (\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_i}))$$

Enerji Korunumu Yasası

$$\int_1^2 \vec{F}_{\text{net}} \cdot d\vec{r} = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_{\text{kor}} + \vec{F}_{\text{ksuz}}$$

$$\int_1^2 (\vec{F}_{\text{kor}} + \vec{F}_{\text{ksuz}}) \cdot d\vec{r} = K_2 - K_1 \rightarrow \int_1^2 \vec{F}_{\text{kor}} \cdot d\vec{r} + \int_1^2 \vec{F}_{\text{ksuz}} \cdot d\vec{r} = K_2 - K_1$$

$$-(U_s - U_i) + \int_1^2 \vec{F}_{\text{ksuz}} \cdot d\vec{r} = K_2 - K_1$$

$$-(U_2 - U_1) + W_{\text{ksuz}} = K_2 - K_1 \rightarrow \text{Genel}$$

Enerji Korunumu:

Eğer $F_{\text{ksuz}} = 0$ ise $W_{\text{ksuz}} = 0$

$$-(U_2 - U_1) = K_2 - K_1$$

$$-U_2 + U_1 = K_2 - K_1$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

Mekanik Enerji E

Kinetik E.

Potansiyel E.

$$E = K + U$$

$$E_1 = E_2$$

→ Mek. E. korunumu ifadesi

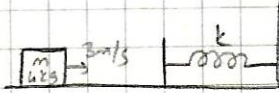
$$E_2 - E_1 = 0 \quad \Delta E = 0$$

Problemlerde sadece korunumlu kuvvetler varsa $\Delta E = 0$

$$E_s - E_i = 0$$

$$E_s = E_i \rightarrow \text{mek. E.}$$

Örnektir. Kütlesi 1 kg olan bir blok, sürtünmesiz yatay bir yolda 3 m/s hızla gelip, bir yay duvarına sabitlenmiş yayla çarpıyor ve yayı sıkıştırıyor. $k = 100\text{ N/m}$



Korunumlu kuvvet $\Delta E = 0$

Kinetik Sürtünmeli Fricion Durumlar işleminde enerji değişimi $W = \Delta E$



$f_k \rightarrow$ sürtünme kuvveti
Korunumsuz kuvvettir.

$$-(U_s - U_i) - f_k \cdot d = K_s - K_i$$

$$-f_k d = K_s - K_i + U_s - U_i$$

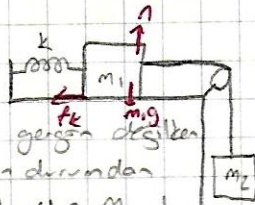
$$-f_k d = K_s + U_s - (K_i + U_i)$$

$$-f_k d = E_s - E_i$$

$$-f_k d = \Delta E$$

$$f_k = \mu_k \cdot n = \mu_k m_1 g$$

Örnek



Yay gergin değildir.
Sistem durgun durumdur.
Serbest bırakılmıştır. m_2 düşene kadar bir h yüksekliği kadar düşer ise m_1 kütleli blok ile yay arasında kinetik sürtünme katsayısı μ_k ?

$\Delta E \neq 0$ $f_k \neq 0$ $K_s \neq 0$ kuvvet

$$-f_k d = \Delta E \quad \text{dah}$$

$$-f_k h = E_s - E_i$$

$$-f_k h = K_s + U_s - (K_i + U_i)$$

$$-\mu_k m_1 g h = K_s + U_s - (K_i + U_i)$$

$$-\mu_k m_1 g h = \frac{1}{2} k h^2 - (m_2 g h)$$

$$\mu_k = \frac{m_2 g - \frac{1}{2} k h}{m_1 g}$$

$$K_s = \frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$$

$$K_s = 0$$

$$U_s = \frac{1}{2} k h^2 + m_2 g h$$

$$U_s = \frac{1}{2} k h^2$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$$

$$K_i = 0$$

$$U_i = \frac{1}{2} k h^2 + m_2 g h$$

$$U_i = m_2 g h$$

Korunumlu Kuvvetler ile Potansiyel Enerji Arasındaki Bağlantı

$F_x \rightarrow$ Korunumlu Kuvvet

(Potansiyel enerji konuma göre farklı korunumlu kuvveti verir.)

$$W = F_x \Delta x = -\Delta U$$

$$U_{yay} = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\text{Sonsuz küçük} \rightarrow dW = F_x dx = -dU$$

$$F_{yay} = \frac{-dU}{dx} = \frac{-d}{dx} \left(\frac{1}{2} k x^2 \right)$$

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

$$F_{yay} = -kx$$

$$W = -\Delta U = \int F_x dx$$

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

$U = mgy \rightarrow$ yerçekimi potansiyeli

$$F_g = \frac{-dU}{dy} = \frac{-d}{dy} (mgy) = -mg$$

Korunumlu kuvvetten hareketlen U_{pot} enerji ifadesi konumun fonksiyonudur. $U = U(x, y, z)$

$$F_x = -\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial x} \bigg|_{y, z} \quad \vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

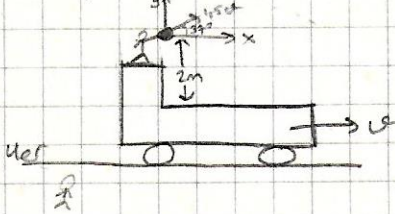
$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \bigg|_{x, z}$$

$$\vec{F}_{tot} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \hat{k} \right)$$

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} \bigg|_{x, y}$$

Ör2 Yere göre sabit V hızı ile hareket eden bir arabanın üstünde bulunan bir çocuk O noktasına geldiğinde yere göre hareketsiz bir gözlemciye göre $1,5V$ hızı ile elindeki topu havaya sekildeki gibi fırlatıyor. Top bu anda arabanın dışımesinden $2m$ yukarı ve yatayla 37° lik bir açı yapmaktadır. Top atıldıktan $2s$ sonra arabanın dışımesine düşüyor.

- Arabanın yere göre V hızını bulunuz.
- Topun çocuğa göre hızını birim vektörlerle ifade ediniz.
- Çocuğa göre top havada kaldığı sürede yatayda ne kadar yol alır?
- Top arabanın dışımesine göre max ne kadar yüksekliğe çıkmıştır?



$$\begin{aligned} a) t=0 \quad (x_i, y_i) &= (0, 0) \quad a_y = -g \\ t=2 \quad (x_s, y_s) &= (x, -2m) \quad -2 = 0 + (1,5V) \sin 37^\circ \cdot 2 + \frac{1}{2} (-10) \cdot 4 \\ \boxed{V = 10 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \text{Çocuğa göre yere göre hızı} &= \vec{V}_{C4} = \vec{V}_1 = 10 \text{ m/s} \uparrow \\ \text{Topun yere göre hızı} &= \vec{V}_{T4} = 1,5V \cos 37^\circ \uparrow + 1,5V \sin 37^\circ \hat{j} \\ \vec{V}_{T4} &= 12 \uparrow + 9 \hat{j} \text{ (m/s)} \\ \vec{V}_{T2} &= \vec{V}_{T4} + \vec{V}_{C4} = \vec{V}_{T4} - \vec{V}_{C4} = (12 \uparrow + 9 \hat{j}) - 10 \uparrow = \\ &\boxed{2 \uparrow + 9 \hat{j} \text{ (m/s)}} \end{aligned}$$

$$c) x = (V + a) \cdot t = (2 \text{ m/s}) \cdot 2s = \boxed{4m}$$

$$d) y_j = V_{j1} + a_j t$$

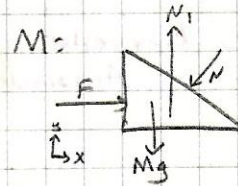
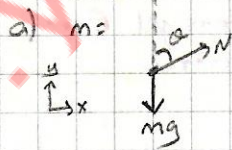
$$0 = V_{j1} - g t \rightarrow t = \frac{V_{j1}}{g} = \frac{9 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = \frac{9}{10} s$$

$$y_s = y_i + V_{j1} t + \frac{1}{2} a_j t^2 \Rightarrow y_s = y_{\max} = 0 + 9 \left(\frac{9}{10} \right) - \frac{1}{2} (10) \left(\frac{9}{10} \right)^2 = 4,05 \text{ m}$$

$$h = 2m + y_{\max} = 2 + 4,05 = 6,05 \text{ m}$$

Ör2 Şekilde verilen eğik düzlem üzerindeki bloğun eğik düzleme göre hareketsiz kalması için yatay doğrultuda bir F kuvveti uygulanmaktadır. (Kütleler sırasıyla)

- Her bloğun Serbest cisim diyagramını çiziniz.
- Blokların hareket denk. yazınız.
- $\vec{F}$ kuvvetini, M, m, g ve θ cinsinden bulunuz.



$$b) m:$$

$$\sum F_x = N \sin \theta = ma$$

$$\sum F_y = N \cos \theta - mg = m a_y = 0$$

$$M:$$

$$\sum F_x = F - N \sin \theta = Ma$$

$$\sum F_y = N_1 - Mg - N \cos \theta = 0$$

$$c) F = \frac{N \sin \theta + Ma}{ma}$$

$$\frac{0}{2} = \frac{N \sin \theta}{N \cos \theta} = \frac{ma}{mg} \Rightarrow a = g \cdot \tan \theta$$

$$F = ma + Ma = a(m + M)$$

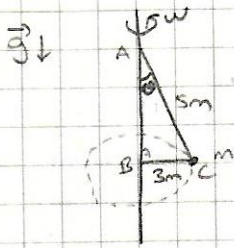
$$a = \frac{F}{(M+m)}$$

$$F = a(M+m)$$

$$\boxed{F = (m+M)g \tan \theta}$$

Ör = Kütleli m olan bir top uzunlukları $3m$ ve $5m$ olan çok hafif iki ipele dikey bir çubuğa bağlanmıştır. Top sekilde gösterildiği gibi çubuğun dikey eksenini etrafında çubukla sarılmadan ve çubukla aynı açısal hızla yavaş dairesel hareket etmektedir. Cisim bir tam dönüşünü 3 saniyede gerçekleştirdiğine göre

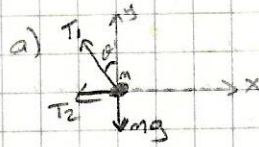
a) Serbest cisim diagramını çiziniz.
b) İplerdeki gerilme kuvvetlerini m kütleli cisimden yazınız.



$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$AB = 4m$$



$$b) \sum F_y = 0$$

$$T_1 \sin \theta + T_2 = mg$$

$$T_1 \cos \theta = mg$$

$$T_1 \cos \theta = mg$$

$$\frac{4T_1}{5} = mg$$

$$T_1 = \frac{5}{4} \cdot 10 \cdot m = \frac{50}{4} m = 12,5m \text{ (Newton)}$$

$$T_1 \sin \theta + T_2 = \frac{mv^2}{r} \quad r = 3m \quad v = \frac{2\pi r}{3} = 2\pi = 6.28 \text{ m/s}$$

$$\frac{50m}{4} \cdot \frac{3}{5} + T_2 = m \frac{(6.28)^2}{3}$$

$$T_2 = 4,5m \text{ (Newton)}$$

Ör2 Bir parçacığın konum vektörü $\vec{r}(t) = 2t\hat{i} + (5 - t^2)\hat{j}$ $t \rightarrow$ Saniye cins. zaman
 $r \rightarrow$ metre " uzunluk

a) Hız vektörünün konum vektörüne dik olduğu anı bulunuz.

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{i} - 2t\hat{j} \text{ (m/s)} \rightarrow (2\hat{i} - 2t\hat{j}) \cdot (2t\hat{i} + (5 - t^2)\hat{j}) = 0$$

$$\vec{v} \perp \vec{r} \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{r} = 0 \text{ olması}$$

$$2t^3 - 6t = 0$$

$$t^2 = 3$$

$$t = \sqrt{3} \text{ s}$$

b) Bu anndaki hız vektörü ile ivme vektörü arasındaki açı nedir?

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = -2\hat{j} \text{ (m/s}^2\text{)} \quad |\vec{v} \times \vec{a}| = |\vec{v}| |\vec{a}| \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}| |\vec{a}|} = \frac{4}{4 \cdot 2} = \frac{1}{2} \quad \theta = 30^\circ$$

$$\vec{v} \times \vec{a} = (2\hat{i} - 2t\hat{j}) \times (-2\hat{j})$$

$$= -4\hat{k}$$

$$|\vec{v} \times \vec{a}| = 4$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$$

Ör2 Bir sıvı içinde V hızı ile hareket eden m kütleli bir cisme sadece $F = -cV^2$ şeklinde bir kuvvet etki etmektedir. $c > 0$ sabittir, $t=0$ anında cismin hızı V_1 olduğuna göre herhangi bir t anındaki hız ifadesini bulunuz.

$$\sum F = ma = -cV^2$$

$$-cV^2 = m \frac{dV}{dt}$$

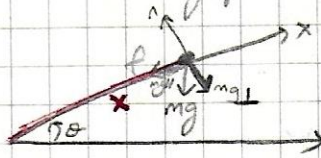
$$\int_{V_1}^V \frac{dV}{V^2} = \int_{t=0}^t -\frac{c}{m} dt$$

$$-\frac{1}{V} \Big|_{V_1}^V = -\frac{c}{m} t \Big|_0^t$$

$$\frac{1}{V} - \frac{1}{V_1} = \frac{c}{m} t$$

$$V = \frac{1}{\frac{1}{V_1} + \frac{c}{m} t}$$

Örnek 2 a) Sıttındaki duruma göre eğik düzlemdeki cisme etki eden kuvvetlerin yapması olduğu işi bulunuz.



$$W_h = \vec{N} \cdot \vec{x} = N x \cos 90 = 0$$

$$W_{mg} = 0$$

$$W_{mg_{\parallel}} = -mg \sin \theta x$$

$$W_p = - \int_0^x f dx = - \frac{cx^2}{2} mg \cos \theta$$

Örnek 2 $\vec{F} = (4\hat{i} + 3\hat{j})$ N bir kuvvet, kütlesi 100 g olan küçük bir parçacığa etkiyor. a) Parçacığın yerdeğiştirmesi $\Delta \vec{r} = (4\hat{i} - 3\hat{j})$ m ise $\vec{F}$ kuvvetinin yaptığı iş?

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = (4\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (4\hat{i} - 3\hat{j})$$

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = 16 - 9 = 7 \text{ joule}$$

b) $\vec{F}$ ve $\Delta \vec{r}$ arasındaki açının kosinüsü?

$$\vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| |\Delta \vec{r}| \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}}{|\vec{F}| |\Delta \vec{r}|} = \frac{7}{(5)(5)} = \frac{7}{25}$$

c) Parçacık başlangıçta duruyor ise yerdeğiştirme sonundaki hızını iş-kinetik enerji teor. bulunuz.

$$W = \Delta K = K_f - K_i$$

$$= \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$7 = \frac{1}{2} (0,1 \text{ kg}) v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{140} \text{ m/s}$$

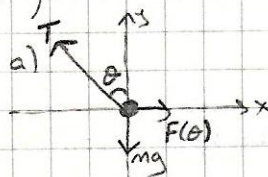
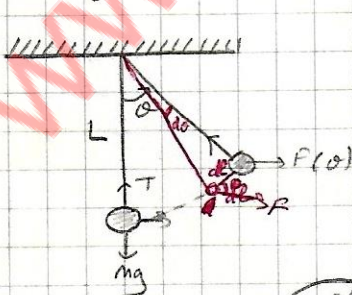
$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 = 7 \text{ joule}$$

Örnek 2 Kütlesi önemsenmeyen L uzunluğunda bir kurbun ucuna g ağırlığındaki küçük bir top yapıştırılıyor. Kurbu, sürtünmesiz bir mil etrafında rahatça dönebiliyor. Şekildeki gibi kurbu düşey düzlemde iken her an top ve kurbun hemen hemen dengede kalacak şekilde θ açısı arttıkça artan yatay $F(\theta)$ kuvveti $\theta = \theta_0$ oluncaya kadar uygulanıyor.

a) Serbest cisim diyagramını çiziniz ve tüm kuvvetlerin (F_{net}) top üzerinde yaptığı W net işi hesaplayınız.

b) $F(\theta)$ kuvvetinin $\theta = \theta_0$ oluncaya kadar yaptığı işi G, L ve θ_0 cinsinden bulunuz.

$$W_{\theta} = \int \sin x dx = -\cos x, \quad \int \cos x dx = \sin x$$



$$\vec{F}_{net} = \sum F_x \hat{i} + \sum F_y \hat{j}$$

$$= (F - T \sin \theta) \hat{i} + (T \cos \theta - mg) \hat{j}$$

$$\sum F_x = F - T \sin \theta = 0$$

$$\sum F_y = T \cos \theta - mg = 0$$

$$W_{net} = \vec{F}_{net} \cdot \Delta \vec{r}$$

$$W_{net} = 0$$

$$F = T \sin \theta$$

$$G = T \cos \theta$$

$$F = G \tan \theta$$



2 θ_0 radyan

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F dl \cos \theta$$

$$dW = F \cos \theta dl$$

$$= F \cos \theta L d\theta$$

$$= F L \cos \theta d\theta$$

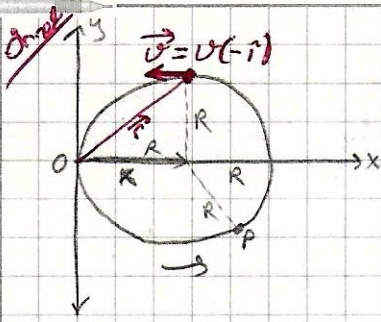
$$dW = G \tan \theta L \cos \theta d\theta$$

$$= G \sin \theta L d\theta$$

$$\int dW = \int_0^{\theta_0} G \sin \theta d\theta \quad W = GL(1 - \cos \theta_0)$$

$$GL(1 - \cos \theta_0)$$

$$W = GL(1 - \cos \theta_0)$$



T periyodu ve Sabit V hızı ile hareket ediyor.
 $t=0$ anda parçacık O nkt. geçiyor.

a) $t = \frac{3T}{4}$ anda parçacığın O nkt. göre yerini
 birim vektörler ve verilerle cinsinden bulunuz.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\vec{r} = R\hat{i} + R\hat{j}$$

b) $t = \frac{3T}{4}$ anda parçacığın hızı ile konum vekt.
 Skaler çarpımı $\vec{v} \cdot \vec{r}$ 'ye verileri kullanarak bulunuz.

$$\vec{v} \cdot \vec{r} = v(-\hat{i}) \cdot (R\hat{i} + R\hat{j}) = -vR$$

Sürtünmeler ihmal, m kütleli cisim
 dairesel yarıçapı geçmesi için minimum h değerini r yarıçapı
 cinsinden bulunuz.

$$mg = fr$$

$$mg = m \frac{v_g^2}{r}$$

$$v_g = \sqrt{gr} \rightarrow \text{geçiş şartı}$$

$$\Delta E = 0$$

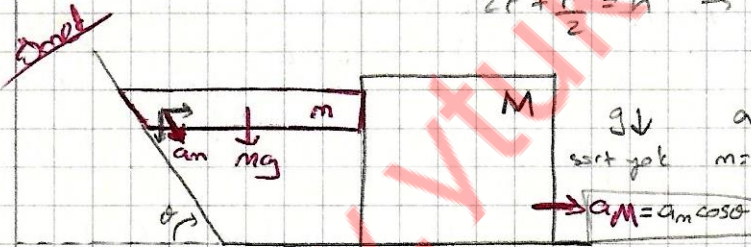
$$E_s - E_i = 0$$

$$E_s = E_i$$

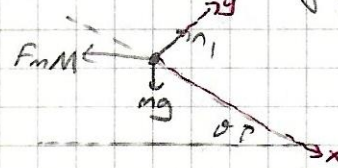
$$mg2r + \frac{1}{2}mv_g^2 = mgh$$

$$mg2r + \frac{1}{2}mgr = mgh$$

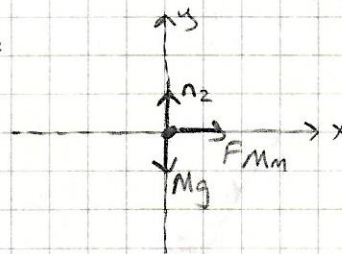
$$2r + \frac{r}{2} = h \rightarrow \boxed{h = \frac{5r}{2}}$$



a) Serbest cisim diyagramı



M:



b) a_m ve a_M bulunuz.

$$m: \sum F_x = mg \sin \theta - F_{mM} \cos \theta = ma_m$$

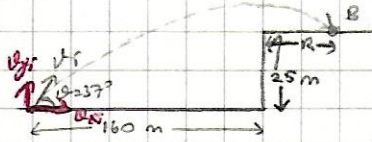
$$M: \sum F_x = F_{mM} = Ma_M$$

$$|F_{mM}| = |F_{Mm}| \Rightarrow \text{etki-tepki}$$

$$a_m = \frac{mg \sin \theta}{m + M \cos^2 \theta}$$

$$a_M = \frac{mg \sin \theta \cos \theta}{m + M \cos^2 \theta}$$

Örnek 2



$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$v_i = 50 \text{ m/s}$ hızla atılan cisim basamağın A kadar uzandaki B noktasına düşüyor.
a) $R = ?$

b) Tasın B nokt. yere düşme hızının yön ve büyüklüğünü bulunuz.

$$v_{Bx} = v_{ix} = 40 \text{ m/s}$$

$$v_{Bx} = 40 \text{ m/s} \uparrow$$

$$v_{By} = v_{iy} - g t_B$$

$$v_{By} = 30 - 10(5)$$

$$v_{By} = -20 \text{ m/s}$$

$$v_{By} = -20 \hat{j}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{Bx} + \vec{v}_{By}$$

$$= 40 \text{ m/s} \uparrow - 20 \text{ m/s} \hat{j}$$

$$v_B = \sqrt{40^2 + (-20)^2} = 20\sqrt{5} \text{ m/s}$$

$$\tan \theta = \frac{-20}{40}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-20}{40}\right) = \arctg\left(\frac{-20}{40}\right)$$

$$v_{ix} = v_i \cos 37 = 50(0,8) = 40 \text{ m/s}$$

$$v_{iy} = v_i \sin 37 = 50(0,6) = 30 \text{ m/s}$$

B nokt. düşme süresi: t_B

$$y_B = y_A + v_{iy} t_B - \frac{1}{2} g t_B^2$$

$$25 = 0 + 30 t_B - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_B^2$$

$$t_B = 1 \text{ s}$$

$$t_B = 5 \text{ s}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$b = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$v_{ix} = 40 \rightarrow x = v_{ix} \cdot t_B = 40 \cdot 1 \text{ s} = 40 \text{ m}$$

$$t_B = 1 \text{ s}$$

Kullanılmaz

$$t_B = 5 \rightarrow x_B = v_{ix} \cdot t_B = 40 \cdot 5 \text{ s} = 200 \text{ m}$$

$$(160 + R) = 200 \text{ m}$$

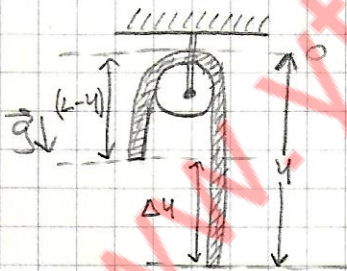
$$R = 40 \text{ m}$$

Örnek 2 Kütlesi m (kg) ve uzunluğu L (cm) olan tırnak bir halat yarım çapı küçük ve sürtünmesiz bir mükemmel gezebilir. Halat bir tarafı 4 kadar sarkacak şekilde serbest bırakılır ise,

a) Halatın ivmesini 4'ye bağlı olarak bulunuz.

b) Halatın a ivmesi ile 4 arasında doğru ilişki ve bağımlı bir grafik çiziniz.

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



$$\Delta 4 = 4 - (L - 4)$$

$$\Delta 4 = 24 - L$$

$$\lambda = \frac{m}{L} \left(\frac{\text{kg}}{\text{cm}} \right)$$

$$m_{\Delta 4} = \lambda (\Delta 4) = \frac{m}{L} (24 - L)$$

$$F = m \cdot g = m_{\Delta 4} \cdot g = m a$$

$$m a = \frac{m}{L} (24 - L) \cdot g$$

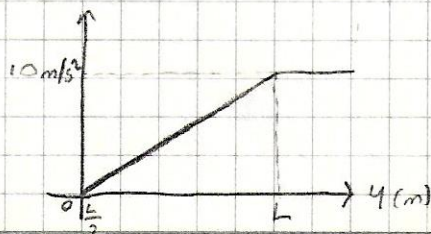
$$a = \frac{(24 - L) \cdot g}{L}$$

b) $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$a = \frac{204 - 10L}{L} = \frac{204}{L} - 10$$

$$a = 0 \text{ için } 4 = \frac{L}{2}$$

$$4 = L \text{ için } a = 10 \text{ m/s}^2$$



Örnek: Bir parçacık yatay xy düzleminde $t=0$ anında orijindedir. Parçacığın zamana bağlı konum vektörü $\vec{r} = t\hat{i} + t^2\hat{j}$ 'dır. Burada t saniye, r metre cinsindedir.

a) Parçacığın hareketinin $t=0$ ile $t=2s$ arasındaki ortalama hız vektörünü bulunuz.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \hat{i} + 2t\hat{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{ort} = \frac{\vec{v}_{t=0} + \vec{v}_{t=2}}{2} = \frac{\hat{i} + (\hat{i} + 4\hat{j})}{2}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\hat{j} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{v}_{ort} = \hat{i} + 2\hat{j} \text{ m/s}$$

veya $\vec{v}_{ort} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_s - \vec{r}_i}{t_s - t_i} = \frac{(2\hat{i} + 4\hat{j})m - 0m}{2} = \hat{i} + 2\hat{j} \text{ m/s}$

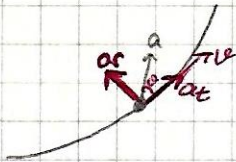
b) $t=1s$ anında parç. hızı ile ivme vekt. arasındaki açının kosinüsünü hesaplayınız.

$$\vec{a} = 2\hat{j} \text{ m/s}^2, \quad \vec{v}_{t=1} = \hat{i} + 2\hat{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{a} = |\vec{v}| |\vec{a}| \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{|\vec{v}| |\vec{a}|} \quad \cos \theta = \frac{(\hat{i} + 2\hat{j}) \cdot (2\hat{j})}{\sqrt{5} \cdot 2} = \frac{4}{2\sqrt{5}}$$

$$\boxed{\cos \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

c) Parçacığın herhangi bir t anındaki ivmesinin a_t teğet ve a_r radyal (merkezcil) bileşenlerini bulunuz.



$$\vec{v} \cdot \vec{a} = |\vec{v}| |\vec{a}| \cos \theta$$

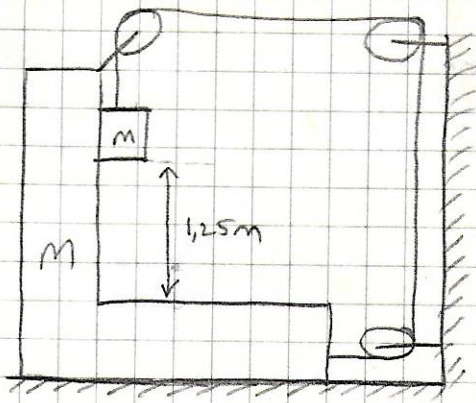
$$\vec{v} \cdot \vec{a} = |\vec{v}| a_t \quad a_t = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{|\vec{v}|} = \frac{(\hat{i} + 2t\hat{j}) \cdot (2\hat{j})}{\sqrt{1^2 + (2t)^2}}$$

$$\Rightarrow a_t = \frac{4t}{\sqrt{4t^2 + 1}}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t \Rightarrow |\vec{a}_r| = \sqrt{a^2 - a_t^2}$$

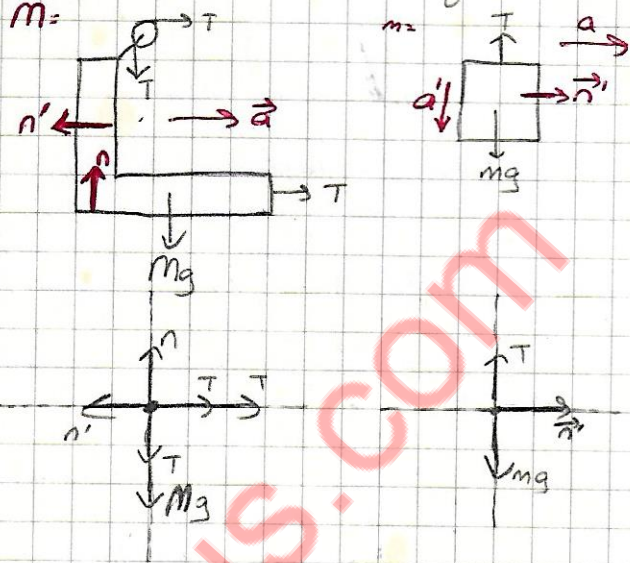
$$|\vec{a}_r| = \frac{2}{\sqrt{4t^2 + 1}}$$

Örnek



L şeklindeki $M=1,65$ kg kütle cisim ile $m=0,15$ kg kütleli cisim sek. gibi yerleştirilmiştir. Sistemler ihmal, mükemmel ve ipin ağırlığı önemsizdir.

a) Her iki kütlenin serbest cisim diyagramını çizerek hareketin gineş belirleyiniz.



b)

$$\begin{aligned} a' &= 2a \\ a &= \frac{a'}{2} \end{aligned}$$

$M=$

$$\sum F_x = 2T - n' = M \cdot a \quad (1)$$

$$\sum F_y = n - (T + Mg) = 0 \quad (2)$$

$m=$

$$\sum F_x = n' = m \cdot a \quad (3)$$

$$\sum F_y = mg - T = m \cdot a' \quad (4)$$

(3)-(1)

$$2T - ma = Ma$$

$$2T = a(M + m)$$

$$2T = \frac{a'}{2} (M + m)$$

$$T = \frac{(M + m) \cdot a'}{4}$$

$$ma' = mg - T$$

$$ma' = mg - \frac{(M + m) \cdot a'}{4}$$

$$a' = \left(\frac{4m}{M + 5m} \right) g = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$h = \frac{1}{2} a' t^2$$

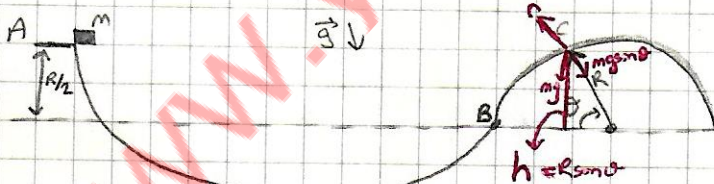
$$t = \sqrt{\frac{2h}{a'}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25}{2,5}}$$

$$t = 1 \text{ s}$$

b) m ktl. cisim, M ktl. cisim tabanın 1,25 m üstünden serbest bırakıldığı zaman ne kadar sürecek tabana ulaşır?

Örnek



$$\sum F_R = mg \sin \theta - n = \frac{m v^2}{R}$$

$$mg \sin \theta = \frac{m v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{g R \sin \theta}$$

$$h = R \sin \theta$$

$$\Delta E = 0 \quad E_s - E_r = 0 \quad E_s = E_r$$

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$0 + mg \frac{R}{2} = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$$

$$mg \frac{R}{2} = \frac{1}{2} m v^2 + mg R \sin \theta$$

$$\frac{gR}{2} = \frac{1}{2} g R \sin \theta + g R \sin \theta$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{1}{3}$$

m ktl. cisim serbest düşme yol boyunca kayarak hareket ediyor. B noktasından itibaren R yarıçaplı dairesel yol üzerinde hareketi devam ediyor. Eğer cisim A noktasından durgun halden serbest bırakılırsa, cisim B'den geçerek C noktasına varır. Varış hızı ve eğri açısı cisim için değeri bulunuz.