4. $y' - \frac{1}{x}y = y^{-2}\frac{x^3}{3}\sin x$, $(x \neq 0,\ y \neq 0)$, diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$y'y^2 - \frac{1}{x}\underbrace{y^3}_{z} = \frac{x^3}{3}\sin x$ Bernoulli D.D ⇒ $z = y^3$ $z' = 3y^2y'$

$\frac{z'}{3} - \frac{z}{x} = \frac{x^3}{3}\sin x$

$z' - \frac{3z}{x} = x^3\sin x$ Lin. D.D.

1.yol: $z = \underbrace{e^{-\int -\frac{3dx}{x}}}_{x^3}\left[\int x^3\sin x \,.\, \underbrace{e^{\int -\frac{3dx}{x}}}_{\frac{1}{x^3}}\,dx + k\right]$

$z = x^3\left[-\cos x + k\right]$ ⇒ $\boxed{y^3 = x^3(-\cos x + k)}$

2.yol: $\lambda = e^{\int -\frac{3dx}{x}} = \frac{1}{x^3}$

$\left(\frac{1}{x^3}z\right)' = \frac{1}{x^3}\cdot x^3\sin x = \sin x$ ⇒ $\frac{1}{x^3}z = -\cos x + k$

⇒ $z = x^3(-\cos x + k)$ ⇒ $\boxed{y^3 = x^3(-\cos x + k)}$

3.yol: $z' - \frac{3}{x}z = 0$ $\frac{dz}{z} - 3\frac{dx}{x} = 0$ $\ln z - 3\ln x = \ln c$

⇒ $\boxed{z = cx^3}$ $c = c(x)$ ⇒ $z' = c'x^3 + 3x^2c$

$c'x^3 + \cancel{3x^2c} - \frac{3}{x}\cancel{cx^3} = x^3\sin x$ ⇒ $c' = \sin x$

⇒ $c = -\cos x + K$ ⇒ $z = x^3(-\cos x + k)$ ⇒ $\boxed{y^3 = x^3(-\cos x + k)}$

Hom. D-D ⇒ $\frac{y}{x} = u$ $dy = x\,du + u\,dx$

$x\frac{du}{dx} + \cancel{u} - \cancel{u} = \frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{u^2x^2}\sin x$ ⇒ $3u^2\,du = \sin x\,dx$

⇒ $\cancel{3}\frac{u^3}{\cancel{3}} = -\cos x + K$ ⇒ $\frac{y^3}{x^3} = -\cos x + k$

$\boxed{y^3 = x^3(-\cos x + k)}$

Başarılar...

YTÜ - Fen-Edebiyat Fakültesi Sınav Soru ve Cevap Kağıdı		NOT TABLOSU				
		1.S	2.S	3.S	4.S	TOPLAM
Adı Soyadı						
Öğrenci Numarası	Grup No					
Bölümü		Sınav Tarihi	04/08/2016			
Dersin Adı	MAT2411 Diferansiyel Denklemler I.Arasınav	Sınav Süresi	90 dk	Sınav Yeri		
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı		İmza				

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1. $y' + 9xe^{y+3x} = 0$ diferansiyel denkleminin $y(0) = 0$ başlangıç şartı altında çözümünü elde ediniz

$\frac{dy}{dx} + 9x\,e^y . e^{3x} = 0$ Değ. Ay. D.D

$\frac{dy}{e^y} + 9x\,e^{3x}\,dx = 0$ ⇒ $\int e^{-y}dy + \int 9xe^{3x}dx = \int 0$

⇒ $-e^{-y} + \int 9xe^{3x}dx = c$ $u = x$ $dx = du$ $e^{3x}dx = dv$ $v = \frac{1}{3}e^{3x}$

$-e^{-y} + 9\left[x.\frac{1}{3}e^{3x} - \int \frac{1}{3}e^{3x}dx\right] = c$ $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}e^{3x}$

$-e^{-y} + 3xe^{3x} - e^{3x} = c$ gen. çöz. $y(0) = 0$ idi

$-e^{-0} + 3.0\,e^0 - e^0 = c$

$-1 + 0 - 1 = c$ ⇒ $\boxed{c = -2}$

⇒ $-e^{-y} + 3xe^{3x} - e^{3x} = -2$

$e^{-y} = 3xe^{3x} - e^{3x} + 2$

$e^y = \frac{1}{3xe^{3x} - e^{3x} + 2}$ ⇒ $y = \ln\left|\frac{1}{e^{3x}(3x-1) + 2}\right|$

Başarılar...

2. $2y-t^3\cos t-ty'=0$, $(t>0)$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$-ty'+2y=t^3\cos t$

$y'-\frac{2}{t}y=-t^2\cos t$ Lin.D.D

1. yol: $y=e^{-\int -\frac{2dt}{t}}\left[\int -t^2\cos t\cdot \underbrace{e^{\int -\frac{2dt}{t}}}_{\frac{1}{t^2}}\cdot dt+K\right]$ $\lambda=\frac{1}{t^2}$

$y=t^2\left[\int -\cos t\, dt+K\right]=t^2(-\sin t+K)$ //

2. yol: $(\lambda\cdot y)'=\lambda\cdot Q \Rightarrow \left(\frac{1}{t^2}y\right)'=\frac{1}{\cancel{t^2}}(-\cancel{t^2}\cos t)$

$\Rightarrow \frac{1}{t^2}y=-\sin t+K \Rightarrow y=t^2(-\sin t+k)$

3. yol: $y'-\frac{2}{t}y=0 \Rightarrow \frac{dy}{dt}-\frac{2y}{t}=0 \Rightarrow \frac{dy}{y}-2\frac{dt}{t}=0$

$\Rightarrow \ln y-2\ln t=\ln c \Rightarrow \boxed{y=t^2 c}$ $c=c(x)$ olsun

$y'=2t\cdot c+t^2\cdot c'$

$\cancel{2tc}+t^{\cancel{2}}c'-2\frac{\cancel{t^2c}}{\cancel{t}}=-t^{\cancel{2}}\cos t \Rightarrow c'=-\cos t$

$\Rightarrow \boxed{c=-\sin t+K} \Rightarrow$

$y=t^2(-\sin t+k)$ //

3. $(4xy-3)y'+2(y^2+x)=0$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$\underbrace{(4xy-3)}_{M}dy+2\underbrace{(y^2+x)}_{N}dx=0 = \frac{\partial u}{\partial y}dy+\frac{\partial u}{\partial x}\cdot dx$

$\frac{\partial M}{\partial x}=4y$ $\quad \frac{\partial N}{\partial y}=4y$ $\Rightarrow$ Tam. D.D

$\frac{\partial u}{\partial y}=4xy-3 \Rightarrow u=\cancel{4}^{2}x\frac{y^2}{\cancel{2}}-3y+R(x)$

$u=2xy^2-3y+R(x)$ $\Rightarrow u(x,y)=c$ Gen. Çöz.

$\frac{\partial u}{\partial x}=\cancel{2y^2}+R'(x)=\cancel{2y^2}+2x$

$\Rightarrow R(x)=\int 2x\,dx \Rightarrow R(x)=x^2+K$

$\Rightarrow u=2xy^2-3y+x^2+K=c$ $\quad c-K=c_1$

$\boxed{2xy^2-3y+x^2=c_1}$

2. yol

$\frac{\partial u}{\partial x}=2y^2+2x \Rightarrow u=2y^2x+x^2+R(y)$

$\frac{\partial u}{\partial y}=4\cancel{y}x+R'(y)=\cancel{4xy}-3 \Rightarrow R(y)=-3y+K$

$u=2y^2x+x^2-3y+K=c$ $\quad c-K=c_1$

$\boxed{2y^2x+x^2-3y=c_1}$