Örn: 6. mertebeden sabit katsayılı lineer ikinci tarafsız dif. denk. çözümlerinden bazıları e^{2x}, $x^2 \cdot e^x$, $\cos 3x$ 'dir. Bu dif. denk. genel çözümünü yazınız. Dif. denk. bulunuz.

$$y = u + v \leftarrow 0$$
$$y = u$$

e^x $\cos 3x$
xe^x $\sin 3x$
$x^2 e^x$

$$y = c_1 e^{2x} + c_2 e^x + c_3 x e^x + c_4 x^2 e^x + c_5 \cos 3x + c_6 \sin 3x$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = 1 \qquad r_4 = 2 \qquad r_{5,6} = \mp 3i$$

$$(r-1)^3 (r-2)(r^2+9) = 0$$

4) İkinci Tarafı $M(x) \cdot \sin \lambda x + N(x) \cos \lambda x$

$M(x) \rightsquigarrow m.$ dereceden bir polinom
$N(x) \rightsquigarrow n.$ " " "

derecesi büyük olan polinoma bakılır. Bu dereceye eşit dereceli iki adet belirsiz katsayılı $K(x)$ ve $R(x)$ polinomları yazılır.

"$V = K(x) \cdot \sin \lambda x + R(x) \cdot \cos \lambda x$"

$$y'' + 2y' - 3y = 2\sin x + x \cdot \cos x$$

$r^2 + 2r - 3 = 0$ ($+3$, -1) $r_1 = -3 \quad r_2 = 1$

$$u = c_1 \cdot e^{-3x} + c_2 \cdot e^x$$

$$v = (a_1 x + b_1)\sin x + (a_2 x + b_2)\cos x$$
$$v' = a_1 \sin x + (a_1 x + b_1)\cos x + a_2 \cos x + (a_2 x + b_2)\cdot(-\sin x)$$
$$v' = (-a_2 x + (a_1 - b_2))\sin x + (a_1 x + (b_1 + a_2))\cos x$$
$$v'' = -a_2 \sin x + (-a_2 x + (a_1 - b_2))\cos x + a_1 \cos x + (a_1 x + (b_1 + a_2))(-\sin x)$$
$$v'' = (-a_1 x + (-b_1 - 2a_2))\sin x + (-a_2 x + (2a_1 - b_2))\cos x$$

$$(-a_1 x + (-b_1 - 2a_2))\sin x + (-a_2 x + (2a_1 - b_2))\cos x + (-2a_2 x + 2a_1 - 2b_2)\sin x + (2a_1 x + 2b_1 + 2a_2)\cos x$$
$$+ (-3a_1 x - 3b_1)\sin x + (-3a_2 x - 3b_2)\cos x = 2\sin x + x\cos x$$

$$= \Big[\underbrace{(-a_1 + 2a_2 - 3a_1)}_{0} x + \underbrace{(-b_1 - 2a_2 + 2a_1 - 2b_2 - 3b_1)}_{2}\Big]\sin x + \Big[\underbrace{(-a_2 + 2a_1 - 3a_2)}_{1} x + \underbrace{(2a_1 - b_2 + 2b_1 + 2a_2 - 3b_2)}_{0}\Big]\cdot\cos x$$
$$= (0 \cdot x + 2)\sin x + (1 \cdot x + 0)\cos x$$

$$a_1 = 1/10 \qquad a_2 = -1/5 \qquad b_1 = -13/50 \qquad b_2 = -9/50$$

$$V = \left(\frac{1}{10}x - \frac{13}{50}\right)\sin x + \left(\frac{-1}{5}x - \frac{9}{50}\right)\cos x$$

$y = u + v$ idi

$$y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^x + \left(\frac{1}{10}x - \frac{13}{50}\right)\sin x + \left(\frac{-1}{5}x - \frac{9}{50}\right)\cos x$$

5) İkinci Taraf $R(x).e^{\alpha x}$ şeklinde ise

$V = z.e^{\alpha x}$ şeklinde önerilir. Burada z fonksiyondur. Bu ve türevleri dif. denk. yerine yazılır. Yeni bir dif. denk. bulunur.

Elde edilen yeni dif. denklemin sadece 2. taraflı denklemi çözülür ve $V = z.e^{\alpha x}$ de yerine yazılır.

★ $y'' - 2y' + 2y = \sin x . e^x$

$U = e^x(c_1 \sin x + c_2 \cos x)$

$r^2 - 2r + 2 = 0$

$$r_{1,2} = \frac{-(-2) \mp \sqrt{4 - 4.1.2}}{2.1} = 1 \mp i$$

$$\left.\begin{aligned} V &= z.e^x \\ V' &= z'e^x + z.e^x \\ V'' &= z''.e^x + \underbrace{z'e^x + z'.e^x}_{2z'e^x} + z.e^x \end{aligned}\right\}$$

$$z''.e^x + \cancel{2z'e^x} + z.e^x - \cancel{2z'e^x} - \cancel{2ze^x} + \cancel{2ze^x} = \sin x . e^x$$

$$(z'' + z)\cancel{e^x} = \sin x . \cancel{e^x} \rightarrow z'' + z = \sin x$$

Bu yeni dif. denk. sadece 2. taraflı çözümü bulunacaktır.

2. taraf trigon.

$z = \cancel{z_1} + z_2$

$z_2 = x(\alpha \sin x + \beta \cos x)$ Bu dif. denk. kar. denk. kökleri

$r^2 + 1 = 0 \quad r_{1,2} = \mp i$

x ile çarpılır

$z_2 = x(\alpha \sin x + \beta \cos x)$

$z_2' = \alpha \sin x + \beta \cos x + x(\alpha \cos x - \beta \sin x)$

$$z_2'' = \underbrace{\alpha \cos x - \beta \sin x + (\alpha \cos x - \beta \sin x)}_{2(\quad)} + x(-\alpha \sin x - \beta \cos x)$$

$z'' + z = \sin x$

$2(\alpha \cos x - \beta \sin x) + x(-\alpha \sin x - \beta \cos x) + x(\alpha \sin x + \beta \cos x) = \sin x$

$2\alpha \cos x - 2\beta \sin x \equiv 1.\sin x + 0.\cos x$

$\beta = -1/2 \quad \alpha = 0$

$z_2 = x(\alpha \sin x + \beta \cos x)$ ise;

$z_2 = -\frac{x}{2} \cos x$

$V = z.e^x$ ise;

$V = -\frac{x}{2} \cos x . e^x$

$y = u + v$ ise;

$y = e^x(c_1 \sin x + c_2 \cos x) - \frac{x}{2} \cos x . e^x$

Örn: $y''+3y'+2y=(x+1).e^{x}$

$r^2+3r+2=0$

$r_1=-1 \quad r_2=-2$

$u=c_1e^{-x}+c_2e^{-2x}$

$v=z.e^{x}$

$v'=z'e^{x}+z.e^{x}$

$v''=z''e^{x}+z'.e^{x}+z'e^{x}+z.e^{x}$

$z''e^{x}+2z'e^{x}+z.e^{x}+3z'e^{x}+3ze^{x}+2ze^{x}=(x+1).e^{x}$

$(z''+5z'+6z)\cancel{e^{x}}=(x+1)\cancel{e^{x}}$

$z''+5z'+6z=x+1$

Bu yeri dağıtıp dek. Sadece $z_2=$ ° $z_2=ax+b$ ve kare denk. köklerinde 0 var mı? kontrol $r^2+5r+6=0$ $r_1\neq 0 \quad r_2\neq 0$ x ile çarpma

$z_2=ax+b$

$z_2'=a$

$z_2''=0$

$z''+5z'+6z=x+1$

$0+5a+6ax+6b=x+1$

$6a=1 \quad a=1/6$

$5a+6b=1 \quad b=1/36$

$z_2=ax+b$ idi

$z_2=\frac{1}{6}x+\frac{1}{36}$

$v=z.e^{x}$ idi

$v=\left(\frac{1}{6}x+\frac{1}{36}\right)e^{x}$

$y=u+v$ idi

$y=c_1e^{-x}+c_2e^{-2x}+\left(\frac{1}{6}x+\frac{1}{36}\right)e^{x}$

Uygulama

1-) $y''+y'=0 \quad , \quad y_1=2 \quad , \quad y_2=e^{-t}$

a) y_1 ve y_2'nin lineer bağımsız olduğunu gösterin. Genel çözümünü bulun.

b) $y(1)=0$, $y'(1)=1$ başlangıç koşulları için özel çözümü bulun.

f_1, f_2: $f_1 \to 2$, $f_2 \to e^{-t}$

$$W=\begin{vmatrix} f_1 & f_2 \\ f_1' & f_2' \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & e^{-t} \\ 0 & -e^{-t} \end{vmatrix}$$

$=-2e^{-t}\neq 0$

y_1, y_2 çözümleri lineer bağımsızdır.

$y=c_1f_1+c_2f_2=2c_1+e^{-t}c_2 \rightarrow$ genel çözüm.

b) $0=2c_1+e^{-1}c_2$

$2c_1=-\frac{c_2}{e}$

$y'=-e^{-t}c_2$

$1=-e^{-1}c_2$

$c_2=-e$

$c_1=1/2$

$y=1-e^{-t+1} \rightarrow$ ö. ç.

2-) $y'''-3y''-4y'+12y=0$

$r^3-3r^2-4r+12=0$

$r(r^2-4)-3(r^2-4)=0$

$(r-3)(r-2)(r+2)=0$

$r_1=3, \; r_2=2, \; r_3=-2$

$u=c_1.e^{3x}+c_2.e^{2x}+c_3.e^{-2x}$

3-) $y''+4y=0$

$r^2+4=0$

$r_{1,2}=\mp 2i$

$u=e^{0.x}(c_1.\cos 2x+c_2.\sin 2x)$

4-) $\left(x+y\ln\left(\frac{x}{y}\right)\right)dx+x\ln\left(\frac{y}{x}\right)dy=0$

$\frac{y}{x}=u \quad \frac{x}{y}=\frac{1}{u} \quad y=x.u \quad dy=udx+xdu$

$\left(1+u\ln\left(\frac{1}{u}\right)\right)dx+\ln(u)dy=0$

$\left(1+u\ln\left(\frac{1}{u}\right)\right)dx+\ln(u)(udx+xdu)=0$

$dx+u\ln\left(\frac{1}{u}\right)dx+(u\ln(u)dx+x\ln(u)du)=0$

$\left(1+u\ln\left(\frac{1}{u}\right)+u\ln(u)\right)dx=-x\ln u\,du$

$-\frac{dx}{x}=\left(\frac{+\ln(u)}{1+\cancel{u\ln\left(\frac{1}{u}\right)+u\ln(u)}}\right)du$

$-\ln|x|=\int \ln(u)\,du$

$-\ln|x|-\ln c=u\ln u-u$

5- $\frac{dy}{dx} = (3e^{-3x}y - 2x)e^{3x}$

$\frac{dy}{dx} = 3y - 2xe^{3x}$

$\frac{dy}{dx} - 3y = -2xe^{3x} \rightarrow LDD$

$P(x) = -3 \quad Q(x) = -2xe^{3x}$

$\mu = e^{\int P(x)dx} = e^{-3x}$

$y = \frac{1}{e^{-3x}}\left(\int \cancel{e^{-3x}} \cdot (-2x\cancel{e^{3x}})\, dx\right)$

$y = e^{3x}(-x^2 + c) \rightarrow y = -x^2 e^{3x} + e^{3x} \cdot c$

6- $\left[x - y\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right]dx + x\cos\left(\frac{y}{x}\right)dy = 0 \rightarrow$ genel çözüm = ? $\quad f(e) = e \cdot \frac{\pi}{2}$ özel çözüm?

$[1 - u\cos(u)]\, dx + \cos(u)dy = 0 \qquad \frac{y}{x} = u \rightarrow dy = u\,dx + x\,du$

$[1 - \cancel{u\cos u}]\,dx + \cancel{u\cos u\, dx} + x\cos u\, du = 0$

$dx = -x\cos u\, du$

$\int \frac{dx}{x} = -\int \cos u\, du$

$\ln x = \sin u + c \rightarrow \ln x = \sin\left(\frac{y}{x}\right) + c \rightarrow$ genel ç.

$c = 0$

7- $y' + y^2 = \frac{y}{x} - \frac{1}{x^2}$, $y_1 = \frac{1}{x}$ özel çözümü ise genel çözüm?

$y = y_1 + \frac{1}{z}$

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{z}$

$y' = \frac{-1}{x^2} - \frac{z'}{z^2}$

$\left(\cancel{\frac{-1}{x^2}} - \frac{z'}{z^2}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{x^2}} + \frac{1}{z^2} + \frac{2}{xz}\right) = \left(\cancel{\frac{1}{x^2}} + \frac{1}{xz}\right) - \cancel{\frac{1}{x^2}}$

$\frac{-z'}{z^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{xz} = 0 \rightarrow \frac{-z'}{z^2} + \frac{1}{xz} = -\frac{1}{z^2}$

$z' - \frac{z}{x} = 1 \rightarrow LDD \rightarrow P(x) = -\frac{1}{x} \qquad Q(x) = 1$

$\mu = e^{\int P(x)dx} = e^{-\ln x} = \frac{1}{x}$

$z = \frac{1}{\mu}\left[\int \mu Q\, dx\right] = x\left[\int \frac{1}{x} \cdot 1\, dx\right] = x(\ln x + c)$

$z = x\ln x + xc \qquad y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x\ln x + xc}$

8- $\frac{dy}{dx} + \frac{x}{x^2-1} \cdot y = 1$ int. çarpanı ile çöz.

$$\underbrace{1}_{Q} dy + \underbrace{\left(\frac{xy}{x^2-1} - 1\right)}_{P} dx = 0$$

Tam dif. değil !

$$\ln \lambda = \int \frac{\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}}{Q} dx \qquad \ln \lambda = \int \frac{\frac{x}{x^2-1} - 0}{1} dx \qquad \ln \lambda = \frac{1}{2} \ln (x^2-1)$$

$$\lambda = \sqrt{x^2-1}$$

$$\underbrace{\sqrt{x^2-1}}_{Q}\, dy + \underbrace{\left(\frac{xy}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1}\right)}_{P} dx = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \Rightarrow \text{Tam dif !}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= P \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= Q \end{aligned}\right\} u(x,y) = c \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \sqrt{x^2-1}$$

$$u = \int_y \sqrt{x^2-1}\, dy + R(x)$$

$$u = y\sqrt{x^2-1} + R(x)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{x\cancel{y}}{\sqrt{x^2-1}} + \frac{dR}{dx} = \frac{x\cancel{y}}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1}$$

$$\frac{dR}{dx} = -\sqrt{x^2-1} \qquad R = \int -\sqrt{x^2-1}\, dx$$

$$R(x) = \int -\sqrt{x^2-1}\, dx = \int -\underbrace{\sqrt{\sec^2 t - 1}}_{\tan t} \cdot \sec t \cdot \tan t\, dt = \int -\sec t \cdot \frac{\tan^2 t}{\sec^2 t - 1} \cdot dt$$

$x = \sec t$

$dx = \sec t \cdot \tan t\, dt$

$$= \int (-\sec^3 t + \sec t)\, dt = -\int \sec^3 t\, dt + \int \sec t\, dt$$

$$y(xy^3+1)dx - dy = 0$$

$$y(xy^3+1) = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} - xy^4 - y = 0$$

Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} - y = xy^4 \qquad -3\frac{y'}{y^4} + \frac{3}{y^3} = -3x \to z' + 3z = -3x \to LDD$$

$$z = \frac{1}{y^3} \qquad z' = -3 \cdot \frac{y'}{y^4}$$

$$\mu(x) = e^{\int 3dx} = e^{3x}$$

$$Q(x) = -3x$$

$$z = -3e^{-3x} \cdot \left(\int e^{3x} \cdot \underbrace{\cancel{-3}x}_{u} \cdot dx\right)$$

$x = v$ $\quad$ $dx = du$ $\qquad$ $e^{3x} dx = dv$ $\quad$ $\frac{e^{3x}}{3} = v$

$$\frac{x \cdot e^{3x}}{3} - \int \frac{e^{3x}}{3} dx \qquad \frac{e^{3x}}{9}$$

$$\frac{x \cdot e^{3x}}{3} - \frac{e^{3x}}{9} = \left(\frac{e^{3x}(3x-1)}{9} + c\right)$$

$$-\frac{(3x-1)}{3} + e^{-3x} \cdot c$$

$$\left(\frac{1}{3} - x + e^{-3x} \cdot c\right)$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{3} - x + e^{-3x} \cdot c\right)^{1/3}}$$

6) İkinci taraf farklı cinsten birkaç fonk. toplamı şeklinde ise,

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + \ldots + f_n(x)$$

$$\quad\ \ v_1 \qquad\quad v_2 \qquad\qquad\quad v_n$$

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n$$

$$y = u + V$$

$$y'' + 4y = \underbrace{e^{5x}}_{V_1} + \underbrace{\sin x}_{V_2} + \underbrace{3x^2 + 4x + 5}_{V_3}$$

$$r^2 + 4 = 0$$
$$r_{1,2} = 0 \mp 2i$$

$$u = e^{0x}(C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$$

1

$$V_1 = k.e^{5x}$$
$$V_1' = 5.k.e^{5x}$$
$$V_1'' = 25ke^{5x}$$
$$y'' + 4y = e^{5x}$$

"Kar. denk. köklerinde 5 yok x ile çarpma!"

$$25ke^{5x} + 4ke^{5x} = e^{5x}$$
$$29k = 1$$
$$k = \frac{1}{29}$$

$$\boxed{V_1 = \frac{1}{29}.e^{5x}}$$

2

$$\left.\begin{aligned} V_2 &= \alpha \sin x + \beta \cos x \\ V_2' &= \alpha \cos x - \beta \sin x \\ V_2'' &= -\alpha \sin x - \beta \cos x \end{aligned}\right\}$$

$$y'' + 4y = \sin x$$
$$-\alpha \sin x - \beta \cos x + 4\alpha \sin x + 4\beta \cos x = \sin x$$
$$3\alpha \sin x + 3\beta \cos x = 1.\sin x + 0.\cos x$$
$$3\alpha = 1,\ 3\beta = 0 \quad \alpha = 1/3$$

$$\boxed{V_2 = \frac{1}{3}\sin x}$$

"Kar. denk. ∓i yok x ile çarpma!"

3

$$\left.\begin{aligned} V_3 &= ax^2 + bx + c \\ V_3' &= 2ax + b \\ V_3'' &= 2a \end{aligned}\right\}$$

$$y'' + 4y = 3x^2 + 4x + 5$$
$$2a + 4ax^2 + 4bx + 4c = 3x^2 + 4x + 5$$
$$\underbrace{4ax^2}_{3} + \underbrace{4bx}_{4} + \underbrace{2a + 4c}_{5} = 3x^2 + 4x + 5 \Rightarrow a = 3/4,\ b = 1,\ c = 7/8$$

"Kar. denk. 0 yok. x ile çarpma"

$$\boxed{V_3 = \frac{3}{4}x^2 + x + 7/8}$$

$$y = u + V$$
$$y = u + V_1 + V_2 + V_3$$
$$y = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x + \frac{1}{29}e^{5x} + \frac{1}{3}\sin x + \frac{3}{4}x^2 + x + \frac{7}{8}$$

Sabit Katsayılı Lineer Dif. Denk. Çözmek İçin
2. Yöntem: Lagrange Yöntemi
(Parametrelerin Değişimi Yöntemi) veya
(Sabitin " ")

Bu yöntemde dif. denklemin genel çözümünü bulmak için ikinci tarafsız çözümden faydalanılır. Burada C'lerin x'in fonksiyonu olduğu kabul edilir.

$$ay'' + by' + cy = f(x)$$

y_1 ve y_2 bu denklemin 2. tarafsız çözümleri olur.

$$ay_1'' + by_1' + cy_1 = f(x)$$
$$ay_2'' + by_2' + cy_2 = f(x)$$

$$y \neq C_1.y_1 + C_2 y_2$$

$$y = C_1(x).y_1 + C_2(x).y_2$$ 2. taraflı denk. çözümü olması için

$C_1(x) = ?$ $\quad C_2(x) = ??$

$$* \ y = C_1(x)y_1 + C_2(x)y_2$$
$$y' = \underbrace{C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2}_{0} + C_1(x).y_1' + C_2(x).y_2'$$

Ayrıca $C_1'(x)y_1 + C_2'(x)y_2 = 0$ idi

$$\cdot\ y' = C_1(x)y_1' + C_2(x)y_2'$$
$$\cdot\cdot\ y'' = C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' + C_1(x)y_1'' + C_2(x)y_2''$$

$ay'' + by' + cy = f(x)$ idi

$$a(\cdot\cdot) + b(\cdot) + c(*) = f(x)$$
$$a[C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2'] + C_1(x)\underbrace{[ay_1'' + by_1' + cy_1]}_{0} + C_2(x)\underbrace{[ay_2'' + by_2' + cy_2]}_{0} = f(x)$$

Sonuç: $C_1'(x)y_1' + C_2'(x)y_2' = \dfrac{f(x)}{a}$

Özet = İkinci tarafsız denk. çözümü $y = C_1y_1 + C_2y_2$ ise

$$\boxed{\begin{aligned} C_1'y_1 + C_2'y_2 &= 0 \\ C_1'y_1' + C_2'y_2' &= \frac{f(x)}{a} \end{aligned}}$$

$C_1 = ?$
$C_2 = ?$

$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = f(x)$ için dif. denk. ikinci tarafsız çözümü

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + \dots + c_n y_n$$

$$\left|\begin{array}{l} c_1' y_1 + c_2' y_2 + \dots + c_n' y_n = 0 \\ c_1' y_1' + c_2' y_2' + \dots + c_n' y_n' = 0 \\ c_1' y_1'' + c_2' y_2'' + \dots + c_n' y_n'' = 0 \\ \vdots \\ c_1' y_1^{(n-1)} + c_2' y_2^{(n-1)} + \dots + c_n' y_n^{(n-1)} = \dfrac{f(x)}{a_0} \end{array}\right| \qquad \begin{array}{l} c_1' = ? \\ c_2' = ? \\ \vdots \\ c_n' = ? \end{array}$$

Örnek $\quad y''' + y' = \dfrac{1}{\cos x}$

$r^3 + r = 0$

$r(r^2+1) = 0$

$r_1 = 0 \qquad r_{2,3} = 0 \mp i$

$y = c_1 \cdot e^{0x} + e^{0x}(c_2 \sin x + c_3 \cos x)$

$y = c_1 + c_2 \sin x + c_3 \cos x$

I $\quad c_1' \cdot 1 + c_2' \cdot \sin x + c_3' \cos x = 0$

II $\quad c_1' \cdot 0 + c_2' \cdot \cos x - c_3' \sin x = 0$

III $\quad c_1' \cdot 0 - c_2' \sin x - c_3' \cos x = \dfrac{1}{\cos x}$

I + III $\qquad c_1' = 0 + \dfrac{1}{\cos x}$

$\dfrac{dc_1}{dx} = \sec x \Rightarrow \int dc_1 = \int \sec x \, dx$

$$\boxed{c_1 = \ln(\sec x + \tan x) + K_1}$$

(II) $\cos x$ + III . $(-\sin x)$

$c_2' \cdot \cos^2 x - c_2' \cdot (-\sin x) \cdot \sin x = 0 \cdot \cos x + \dfrac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x)$

$c_2' \cdot \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_{1} = -\dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\dfrac{dc_2}{dx} = -\dfrac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \int dc_2 = \int -\dfrac{\sin x}{\cos x} dx$

$$\boxed{c_2 = \ln|\cos x| + K_2}$$

$(-\sin x)$ II + $(-\cos x)$ III

$-c_3' \sin x(-\sin x) - c_3' \cos x(-\cos x) = 0 \cdot (-\sin x) + \dfrac{1}{\cos x}(-\cos x)$

$c_3' \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_{1} = -1 \qquad \dfrac{dc_3}{dx} = -1 \qquad \int dc_3 = \int -dx \qquad \boxed{c_3 = -x + K_3}$

$y = c_1 + c_2 \sin x + c_3 \cos x$ idi

$y = [\ln(\sec x + \tan x) + K_1] + [\ln(\cos x) + K_2] \sin x + [-x + K_3] \cos x$

Değişken Katsayılı Lineer Dif. Denklemler

$a_0(x) y^{(n)} + a_1(x) y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x) y' + a_n(x) y = f(x)$ bu dif. denk. çözmek için genel bir kural yoktur. Ancak bazı özel türlerini çözmek için yöntemler verdik.