4) *Laplace Dönüşümünü* kullanarak $y'' + 9y = 10e^{-x}$ diferansiyel denkleminin $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ koşullarına uyan çözümünü bulunuz.

$$s^2Y(s)+s\underbrace{y(0)}_{0}-\underbrace{y'(0)}_{0}+9Y(s)=\frac{10}{s+1}$$

$$(s^2+9)Y(s)=\frac{10}{s+1} \Rightarrow Y(s)=\frac{10}{(s+1)(s^2+9)}$$

$$\frac{A}{s+1}+\frac{Bs+C}{s^2+9}=\frac{10}{(s+1)(s^2+9)}$$

$$(A+B)s^2+(B+C)s+(9A+C)=10$$

$$\left.\begin{array}{l} A+B=0 \\ B+C=0 \\ 9A+C=10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} A=1 \\ B=-1 \\ C=1 \end{array}$$

$$y(t)=L^{-1}\left\{\frac{1}{s+1}\right\}-L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+9}\right\}+L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+9}\right\}$$

$$\boxed{y(t)=e^{-t}-\cos 3t+\frac{1}{3}\sin 3t}$$

Başarılar...

YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi , Bütünleme Sınav Soru ve Cevap Kağıdı			**Not Tablosu**				
			1. S	**2. S**	**3.S**	**4. S**	**Toplam**
Adı Soyadı							
Numarası		**Grup No**					
Bölümü							
Dersin Adı	**MAT2411 DİFERANSİYEL DENKLEMLER**			**Tarih**		**20.01.2016**	
Öğretim Üyesi	CEVAP ANAHTARI		Süre	dk		**Sınıf**	
				İmza			

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun ***Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin*** 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1) $(y - y^2\ln x)dx = x\ln x dy$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$x\ln x . y' - y = -y^2\ln x$ Bernouilli D.D

$$\left.\begin{array}{l} y^{-1}=z \\ -y^{-2}y'=z' \end{array}\right\} \quad x\ln x y'.y^{-2}-y^{-1}=-\ln x$$

$$-x\ln x . z' - z = -\ln x$$

$$\boxed{z'+\frac{z}{x\ln x}=\frac{1}{x}}$$ Lineer D.D

$$\lambda(x)=e^{\int\frac{dx}{x\ln x}}=e^{\ln(\ln x)}=\ln x$$

$$z'\ln x+\frac{z}{x}=\frac{\ln x}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(z.\ln x)=\frac{\ln x}{x} \Rightarrow z.\ln x=\int\frac{\ln x}{x}dx$$

$\ln x = u$ $\quad \frac{dx}{x}=du$

$$=\frac{u^2}{2}+c$$

$$=\frac{\ln^2 x}{2}+c$$

$$z=\frac{\ln x}{2}+\frac{c}{\ln x}$$

$$y=\frac{1}{z}=\frac{1}{\frac{\ln x}{2}+\frac{c}{\ln x}}$$

Veya:

$$z=e^{-\int\frac{dx}{x\ln x}}\left[\int e^{\int\frac{dx}{x\ln x}}\cdot\frac{1}{x}dx+C\right]=\frac{1}{\ln x}\left[\int \ln x\cdot\frac{1}{x}dx+C\right]$$

$$z=\frac{1}{\ln x}\cdot\frac{\ln^2 x}{2}+\frac{C}{\ln x}=\frac{\ln x}{2}+\frac{C}{\ln x}$$

Başarılar...

2) $y = xy' + \sqrt{(y')^2 + 1}$ diferansiyel denklemini çözünüz.

$y' = p \Rightarrow y = xp + \sqrt{p^2+1}$ Clairaut D.D

$\underbrace{y'}_{p} = p + xp' + \frac{2pp'}{2\sqrt{p^2+1}}$

$xp' + \frac{pp'}{\sqrt{p^2+1}} = 0 \Rightarrow p'\left[x + \frac{p}{\sqrt{p^2+1}}\right] = 0$

1) $p' = 0 \Rightarrow p = c_1 \Rightarrow \boxed{y = xc_1 + \sqrt{c_1^2+1}}$ Genel çözüm

2) $x = \frac{-p}{\sqrt{p^2+1}}$

$y = \frac{-p^2}{\sqrt{p^2+1}} + \sqrt{p^2+1} = \frac{1}{\sqrt{p^2+1}}$

$\boxed{x^2 + y^2 = 1}$ Tekil çözüm

3) $\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y + 1 \\ \frac{dy}{dt} &= -x + \frac{1}{Sint} \end{aligned}\right\}$ Diferansiyel denklem sistemini türetme-yok etme yöntemiyle çözünüz.

$y = \frac{dx}{dt} - 1 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + x = \frac{1}{\sin t}}$

$\frac{d^2y}{dt^2} = -\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{y+1} - \frac{\cos t}{\sin^2 t}$

$\frac{d^2y}{dt^2} + y = -1 - \frac{\cos t}{\sin^2 t}$

$\frac{d^2y}{dt^2} + y = \frac{-\sin^2 t - \cos t}{\sin^2 t}$

$r^2 + 1 = 0 \Rightarrow r_{1,2} = \mp i \quad x_h = c_1 \cos t + c_2 \sin t$

$\left.\begin{aligned} c_1' \cos t + c_2' \sin t &= 0 \\ -c_1' \sin t + c_2' \cos t &= \frac{1}{\sin t} \end{aligned}\right\}$ ($\sin t$, $\cos t$)

$c_2' = \cot t \Rightarrow \boxed{c_2 = \ln(\sin t) + k_2}$

$c_1' = -c_2' \tan t = -(\cot t).(\tan t) = -1 \Rightarrow \boxed{c_1 = -t + k_1}$

$\boxed{x = k_1 \cos t + k_2 \sin t - t\cos t + \sin t \ln(\sin t)}$

$y = \frac{dx}{dt} - 1 = -k_1 \sin t + k_2 \cos t - \cos t + t \sin t + \cos t \ln(\sin t) + \sin t . \frac{\cos t}{\sin t} - 1$

Başarılar...