

4) $y = (1+y')x + (y')^2$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$$y' = p \quad y = (1+p)x + p^2 \quad y' = p'x + (1+p) + 2pp'$$

$$p = p'x + 1 + p + 2pp' \quad p'(x+2p) + 1 = 0$$

$$\frac{dp}{dx}(x+2p) = -1 \quad \frac{dx}{dp} = -(x+2p) \quad \frac{dx}{dp} + x = -2p \quad \text{Linear dif. denl.}$$

$$\frac{dx}{dp} + x = 0 \Rightarrow \int \frac{dx}{x} + \int dp = 0 \Rightarrow \ln x + p = \ln c \quad x = ce^{-p}$$

$$x = c'e^{-p} - ce^{-p} \quad \text{denk. yer. yaz.} \quad c'e^{-p} - ce^{-p} + ce^{-p} = -2p$$

$$c' = -2pe^p \quad c = -2 \int pe^p dp \quad \begin{matrix} r. p=u & e^p dp = dv \\ dp = du & v = e^p \end{matrix}$$

$$c = -2 [pe^p - \int e^p dp] + k' \quad c = -2pe^p + 2e^p + k'$$

$$x = ce^{-p} \quad x = -2p + 2 + ke^{-p}$$

$$x = -2p + 2 + ke^{-p} \quad y = (1+p)x + p^2$$

YTÜ - Fen-Edebiyat Fakültesi, Sınav Soru ve Cevap Kağıdı			NOT TABLOSU				
			1. S	2. S	3. S	4. S	TOPLAM
Adı Soyadı							
Öğrenci Numarası		Grup No					
Bölümü				Sınav Tarihi	19/01/2015		
Dersin Adı	MAT2411 DİFERANSİYEL DENKLEMLER Bütünleme Sınavı			Sınav Süresi	90 dk	Sınav Yeri	
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı					İmza		
YÖK'nün 2547 sayılı Kanununun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.							

1) $y'' + 2y' + 5y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$ başlangıç değer probleminin çözümünü Laplace dönüşümü kullanarak bulunuz.

$$\mathcal{L}\{y'' + 2y' + 5y\} = \mathcal{L}\{0\}$$

$$[s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0)] + 2[sY(s) - y(0)] + 5Y(s) = 0$$

$$s^2 Y(s) - 2s + 1 + 2sY(s) - 4 + 5Y(s) = 0$$

$$(s^2 + 2s + 5) Y(s) = 2s + 3$$

$$Y(s) = \frac{2s + 3}{s^2 + 2s + 5}$$

$$\frac{2s + 3}{(s+1)^2 + 4} = \frac{2s}{(s+1)^2 + 4} + \frac{3}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s}{(s+1)^2 + 4} + \frac{3}{(s+1)^2 + 4}\right\}$$

$$y(t) = 2e^{-t} \cos 2t + 3e^{-t} \sin 2t$$

$$2) \begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x - 3y = 0 \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + x = e^{3t} \end{cases}$$

denklemin genel çözümünü bulunuz.

$$C \begin{cases} (\Delta - 1)x + (\Delta - 3)y = 0 \\ (\Delta + 1)x + \Delta y = e^{3t} \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} \Delta - 1 & \Delta - 3 \\ \Delta + 1 & \Delta \end{vmatrix} = \Delta + 3$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & \Delta - 3 \\ e^{3t} & \Delta \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-3(-e^{3t} + e^{3t})}{\Delta} = 0 \quad (\Delta + 3)x = 0 \quad x = c_1 e^{-3t}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} \Delta - 1 & 0 \\ \Delta + 1 & e^{3t} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{3e^{3t} - e^{3t}}{\Delta} = \frac{2e^{3t}}{\Delta} \quad (\Delta + 3)y = 2e^{3t} \quad r = -3$$

$$y_h = c_2 e^{-3t} \quad y_0 = K e^{3t} \quad y_0' = 3K e^{3t} \quad 3K e^{3t} + 3K e^{3t} = 2e^{3t} \\ K = \frac{1}{3} \quad y_0 = \frac{1}{3} e^{3t} \quad y = c_2 e^{-3t} + \frac{1}{3} e^{3t}$$

$$(\Delta + 1)x + \Delta y = e^{3t} \text{ denli yer yaz}$$

$$5) -3c_1 e^{-3t} + c_1 e^{-3t} - 3c_2 e^{-3t} + e^{3t} = e^{3t} \\ -2c_1 e^{-3t} - 3c_2 e^{-3t} = 0$$

$$c_2 = -\frac{2}{3} c_1$$

$$\begin{cases} x = c_1 e^{-3t} \\ y = -\frac{2}{3} c_1 e^{-3t} + \frac{1}{3} e^{3t} \end{cases}$$

$$3) (y + e^{y-x})dx + (1 + x e^{y-x})dy = 0 \text{ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.}$$

$$\underbrace{(y + e^{y-x})}_{p(x,y)} dx + \underbrace{(1 + x e^{y-x})}_{q(x,y)} dy = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 1 + e^{y-x} \quad \frac{\partial q}{\partial x} = e^{y-x} - x e^{y-x} \quad \frac{\partial p}{\partial y} \neq \frac{\partial q}{\partial x}$$

$$\ln \lambda = \int \frac{\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial q}{\partial x}}{q} dx = \int \frac{1 + e^{y-x} - e^{y-x} + x e^{y-x}}{1 + x e^{y-x}} dx = \int dx = x$$

$$\ln \lambda = x \quad \lambda = e^x$$

$$\underbrace{(y e^x + e^y)}_{M(x,y)} dx + \underbrace{(e^x + x e^y)}_{N(x,y)} dy = 0 \quad \text{Pam. Dif. denl} \\ \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} = e^x + e^y$$

$$(y e^x + e^y) dx + (e^x + x e^y) dy = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = y e^x + e^y \quad \frac{\partial u}{\partial y} = e^x + x e^y$$

$$u(x,y) = \int (y e^x + e^y) dx + h(y) = y e^x + x e^y + h(y)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = e^x + x e^y + h'(y) = e^x + x e^y \quad h'(y) = 0 \quad h(y) = K$$

$$u(x,y) = y e^x + x e^y + K \quad u(x,y) = C$$

$$y e^x + x e^y + K = C \quad C - K = C \quad y e^x + x e^y = C$$