(*) 2016 yaz okulu sorusu

f, $[0,5]$ aralığında sürekli ve $(0,5)$ aralığında türevlenebilir bir fonksiyon ve $f(0)=2$ olsun. Eğer $(0,5)$ aralığında $1 \le f'(x) \le 3$ ise, $f(5)$ in mümkün olan en küçük ve en büyük değerini bulunuz. (O.D.T. kullanın)

f, $[0,5]$ de sürekli, $(0,5)$ de türevli olduğundan O.D.T. şartlarını sağlar. O halde

$f'(c) = \dfrac{f(5)-f(0)}{5-0}$ olacak şekilde $c \in (0,5)$ vardır.

$$1 \le f'(c) = \frac{f(5)-2}{5} \le 3 \Rightarrow 5 \le f(5)-2 \le 15$$

$$\boxed{7 \le f(5) \le 17}$$

(*) 2016, 2. vize sorusu

O.D.T'yi kullanarak her $a,b \in \mathbb{R}$ için

$|\sin 2a - \sin 2b| \le 2|a-b|$ olduğunu gösteriniz.

$f(x) = \sin 2x$ 'e $[a,b]$ de O.D.T. uygulayalım.

① $f(x)=\sin 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ için dolayısıyla $[a,b]$ de sürekli.

② $f(x)=\sin 2x$, " " " (a,b) de türevli.

O halde, $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ olacak şekilde en az bir $c \in (a,b)$ vardır. $f'(x) = 2\cos 2x$, $f(b)=\sin 2b$, $f(a)=\sin 2a$

$\cos 2c = \dfrac{\sin 2b - \sin 2a}{2(b-a)}$ $\quad |\cos 2c| \le 1$ olduğundan

$$|\cos 2c| = \left| \frac{\sin 2b - \sin 2a}{2(b-a)} \right| \le 1 \Rightarrow |\sin 2b - \sin 2a| \le 2|b-a|$$

$$I = \int_0^{\ln 2} 4e^x \cdot \sinh x \, dx = ? \qquad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$I = \int_0^{\ln 2} 4e^x \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2} \right) dx = 2 \int_0^{\ln 2} (e^{2x} - 1)\, dx = 2 \left(\frac{e^{2x}}{2} - x \Big|_0^{\ln 2} \right)$$

$$= 2\left(\frac{e^{\ln 2^2}}{2} - \ln 2 - \frac{1}{2} \right)$$

$$= 3 - \ln 4$$

$$I = \int \sin^4 x \cdot \cos^4 x \, dx = ? \qquad \sin^2 x = \cos 4x$$

$$I = \int (\underbrace{\sin x \cdot \cos x}_{\frac{1}{2}\sin 2x})^4 dx = \frac{1}{16} \int \sin^4 2x \, dx = \frac{1}{16} \int (\sin^2 2x)^2 \, dx$$

$$= \frac{1}{16} \int \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right)^2 dx = \frac{1}{16} \int \left(\frac{1}{4} - \frac{\cos 4x}{2} + \frac{\cos^2 4x}{4} \right) dx$$

$$= \frac{1}{16} \left(\frac{x}{4} - \frac{\sin 4x}{8} + \frac{1}{4} \int \frac{\cos 8x - 1}{2} \, dx \right)$$

$$= \frac{1}{16} \left(\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 8x}{64} - \frac{x}{8} \right) + c$$

⊛ $y = x\sqrt{4-x^2}$ fonksiyonunun yerel ve mutlak ekstremumlarını araştırın.

$4-x^2 \geq 0 \Rightarrow 4 \geq x^2 \Rightarrow x \in [-2,2]$ de tanımlı.

$D(f) = [-2,2]$ $\boxed{x=2\ ,\ x=-2 \ \text{uç noktalar}}$

$$y' = \sqrt{4-x^2} - x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

↗ $y' = 0 \Rightarrow \boxed{x = \mp\sqrt{2}}$ K.N.

↘ $\boxed{x = \mp 2}$ K.N. (f' tanımsız)

x	-2		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		2
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	y.max	↘	y. min	↗	y. max	↘	y.min

$f(-2) = f(2) = 0$

$f(\sqrt{2}) = 2 \rightarrow$ mutlak max

$f(-\sqrt{2}) = -2 \rightarrow$ mutlak min

$x = -\sqrt{2}\ ,\ x = 2 \rightarrow$ yerel min.

$x = \sqrt{2},\ x = -2 \rightarrow$ yerel max

$x = \sqrt{2} \rightarrow$ mutlak max

$x = -\sqrt{2} \rightarrow$ mutlak min

⊛ $x \geq 1$ olmak üzere $f(x) = \int_1^x (2t)^t \, dt \Rightarrow f''(1) = ?$

$f'(x) = (2x)^x$

↓

$\ln f'(x) = x \ln 2x$

↓ Türev

$$\frac{f''(x)}{f'(x)} = \ln 2x + x \cdot \frac{2}{2x} \Rightarrow f''(x) = (2x)^x\left[\ln 2x + 1\right]$$

$f''(1) = 2(\ln 2 + 1)$

⊛ $f(x) = \cos x - \int_0^{\sin x} \frac{dt}{t^3+8} \Rightarrow f'(\pi) = ?$ $f(\pi) = ?$

$$f(\pi) = \underbrace{\cos\pi}_{-1} - \underbrace{\int_0^0 \frac{dt}{t^3+8}}_{0} = -1$$

$$f'(x) = -\sin x - \cos x \cdot \frac{1}{\sin^3 x + 8}$$

↓

$$f'(\pi) = -\underbrace{\sin\pi}_{0} - \underbrace{\cos\pi}_{-1} \cdot \frac{1}{\underbrace{\sin^3\pi}_{0} + 8}$$

$$= \frac{1}{8}$$

$(*)$ $I=\int_{1}^{e^{\pi/4}} \frac{dx}{x\,Cos^2(\ln x)} = ?$ (2015 - 2. vize sorusu)

$\ln x = u \quad \frac{dx}{x} = du$

$x = e^{\pi/4} \Rightarrow u = \frac{\pi}{4}$

$x = 1 \Rightarrow u = 0$

$$I = \int_0^{\pi/4} \frac{du}{Cos^2 u} = Tan u \Big|_0^{\pi/4} = Tan\frac{\pi}{4} - Tan 0 = \underline{\underline{1}}$$

$(*)$ $\int_0^{Cos x} f(t)\,dt = Arctan x \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = ? \quad \left(x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)\right)$

$\downarrow$ Türev

$-Sin x \cdot f(Cos x) - 0 = \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow f(Cos x) = \frac{1}{-Sin x \cdot (1+x^2)}$

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(1 + \frac{\pi^2}{16}\right)} = \frac{-16\sqrt{2}}{\pi^2+16}$$

$(*)$ $\int \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{1-x}}\,dx = \int \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = ArcSin u + c = ArcSin\sqrt{x} + c$

$\sqrt{x} = u \rightarrow x = u^2$

$\frac{dx}{2\sqrt{x}} = du$

$(*)$ $L = \lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x \frac{Sin^2 t}{Cos t}\,dt}{Tan x} = ? \quad \frac{0}{0}$ L'Hopital Kullanılmalı!

$$L = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{Sin^2 x}{Cos x}}{Sec^2 x} = \lim_{x\to 0} \frac{Sin^2 x}{\cancel{Cos x}} \cdot Cos^{\cancel{2}} x = \underline{\underline{0}}$$

⊛ $f(x)=\int_0^x \frac{t-t^2}{1+t^4}\,dt$ fonksiyonunun max./min. bulunuz.

$$f'(x)=\frac{x-x^2}{1+x^4}=0 \to \begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}$$

x		0		1	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f	↘	min	↗	max	↘

⊛ $f(x)=\cos x$ fonksiyonunun $[0,\pi]$ deki ortalama değerini ve integraller için ortalama değer teoremini sağlayan c sayısını bulunuz.

$$f(c)=\bar{f}=\frac{1}{\pi-0}\int_0^\pi \cos x\,dx=\frac{1}{\pi}\sin x\Big|_0^\pi=\boxed{0}$$

$$f(c)=0 \to \cos c=0 \to c=\frac{\pi}{2}\in[0,\pi]$$

⊛ $f(x)=x+\int_1^{2x-1}\frac{\cos(t-1)}{t^2+1}\,dt \Rightarrow f'(1)=?$

$$f'(x)=1+\frac{\cos(2x-1-1)}{(2x-1)^2+1}\cdot(2x-1)'$$

$$=1+2\,\frac{\cos(2x-2)}{(2x-1)^2+1} \Rightarrow f'(1)=1+2\cdot\frac{\overbrace{\cos 0}^{1}}{1+1}=\boxed{2}$$

⊛ $f(x)=\int_0^{x^2-2x}\frac{dt}{1+t^2}$ yerel max/min?

$$f'(x)=\frac{1}{1+(x^2-2x)}\cdot(x^2-2x)'=\frac{2x-2}{1+(x^2-2x)}=0 \to x=1$$

x		1	
f'	$-$	0	$+$
f	↘	min	↗

$x=1 \to$ yerel min.

yerel max. yok!

Soru 3-a) **Eğer f, integre edilebilen bir fonksiyon ve $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 1$ ise, $\int_{1}^{2} f(2x-3)dx$ integralinin değerini bulunuz. (10 P)**

$$\int_1^2 f(2x-3)\,dx = \int_{-1}^{1} f(u)\cdot\frac{du}{2} = \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2} \;//$$

$u = 2x-3$
$du = 2dx$
$x_1 = 1 \rightarrow u_1 = -1$
$x_2 = 2 \rightarrow u_2 = 1$

Soru 3-b) $\int_0^{\pi} \sqrt{1-\sin^2 x} \cdot \sin x\, dx$ **integralini hesaplayınız. (10 P)**

$$I = \int_0^{\pi} \sqrt{1-\sin^2 x}\,\sin x\,dx = \int_0^{\pi} |\cos x|\,\sin x\,dx$$

$$= \int_0^{\pi/2} \cos x \sin x\,dx - \int_{\pi/2}^{\pi} \cos x \sin x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \sin 2x\,dx - \frac{1}{2}\int_{\pi/2}^{\pi} \sin 2x\,dx = -\frac{1}{4}\cos 2x\Big|_0^{\pi/2} + \frac{1}{4}\cos 2x\Big|_{\pi/2}^{\pi}$$

$$= -\frac{1}{4}(-1-1) + \frac{1}{4}(1+1) = 1 \;//$$

$$\int \sin x \cos x\,dx = \int u\,du = \frac{1}{2}\sin^2 x + C$$

$u = \sin x$
$du = \cos x\,dx$

$$\int \cos x \sin x\,dx = -\frac{1}{2}\cos^2 x + C$$

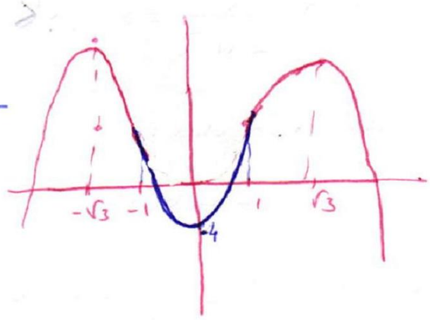
$\cos x = u$
$du = -\sin x\,dx$

⊛ $f(x) = 6x^2 - x^4 - 4$ fonksiyonunun yerel ekstremumlarını ve büküm (dönüm) noktalarını araştırın.

$f'(x) = 12x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(3 - x^2) = 0 \Rightarrow \boxed{x=0}$ $\boxed{x=\sqrt{3}}$ $\boxed{x=-\sqrt{3}}$ K.N.

$f''(x) = 12 - 12x^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = \mp 1}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		∞
f'		+	0	−		−	0	+		+	0	−	
f''		−		−	0	+		+	0	−		−	
f		↗		↘		↘		↗		↗		↘	
		A.K.		A.K.		Y.K.		Y.K.		A.K.		A.K.	
			Max		Büküm		Min		Büküm		Max		



$x = 0 \rightarrow f(0) = -4 \rightarrow (0,-4)$ yerel min. noktası

$x = 1 \rightarrow f(1) = 1 \rightarrow (+1, 1)$ büküm noktası

$x = -1 \rightarrow f(-1) = 1 \rightarrow (-1, 1)$ " "

$x = \sqrt{3} \rightarrow f(\sqrt{3}) = 5 \rightarrow (\sqrt{3}, 5)$ yerel max. noktası

$x = -\sqrt{3} \rightarrow f(-\sqrt{3}) = 5 \rightarrow (-\sqrt{3}, 5)$ " " "

⊛ $f(x) = 3x^5 - 15x^4 + 15x^3$ yerel ekstremumları?

$f'(x) = 15x^4 - 60x^3 + 45x^2 = 15x^2(x^2 - 4x + 3) = 0$ $\boxed{x=0}$ G.K.K. $\boxed{x=1}$ $\boxed{x=3}$

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
f'		+	0	+	0	−	0	+	
f		↗		↗		↘		↗	
					max		min		

$x = 3$ yerel min. noktası

$x = 1$ yerel max. noktası

(*) $f(x)=x.\sqrt{1-x}$ fonksiyonunda $[0,1]$ aralığında O.O.T. uygulayın.

① $f(x)$ $[0,1]$ de sürekli mi?

$f(x)$ $x\leq 1$ için süreklidir. Dolayısıyla $[0,1]$ de süreklidir.

② $f(x)$ $(0,1)$ de türevli mi?

$$f'(x)=\sqrt{1-x}-\frac{x}{2\sqrt{1-x}} \Rightarrow$$ $x<1$ için tanımlıdır. Dolayısıyla $f(x)$

$(0,1)$ de türevlidir.

O.O.T. uygulanabilir.

$$f'(c)=\frac{f(1)-f(0)}{1-0}$$ olacak şekilde $c\in(0,1)$ vardır.

$$\sqrt{1-c}-\frac{c}{2\sqrt{1-c}}=\frac{0}{1}=0 \Rightarrow \sqrt{1-c}=\frac{c}{2\sqrt{1-c}}$$

$$\Rightarrow 2-2c=c \Rightarrow 3c=2 \Rightarrow c=\frac{2}{3}\in(0,1)$$ ✓

(*) $y=\dfrac{x}{x-\sqrt{x^2-x}}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarını bulunuz.

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{x-\sqrt{x^2-x}}=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}\,(x+\sqrt{x^2-x})}{\cancel{x^2}-\cancel{x^2}+\cancel{x}}=0 \Rightarrow$$ $x=0$ Düşey asimptot değil

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x-\sqrt{x^2-x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x-\underbrace{|x|}_{x}\sqrt{1-\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\underbrace{1-\sqrt{1-\underbrace{\tfrac{1}{x}}_{0}}}_{0}}=\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x-\sqrt{x^2-x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x-\underbrace{|x|}_{-x}\sqrt{1-\frac{1}{x}}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\underbrace{1+\sqrt{1-\underbrace{\tfrac{1}{x}}_{0}}}_{2}}=\frac{1}{2}$$ $\Rightarrow \boxed{y=\frac{1}{2}}$ yatay asimptot

⊛ $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x+2}$ fonksiyonuna $[0,1]$ de Rolle Teoremi uygulayınız.

① $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x+2}$ fonksiyonu $x=-2$ de süreksizdir. $x=-2\notin[0,1]$ olduğundan $f(x)$ $[0,1]$ de süreklidir ✓

② $f'(x)=\dfrac{(2x-1).(x+2)-1.(x^2-x)}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2+4x-2}{(x+2)^2}\to x=-2$ tanımsız.

$-2\notin(0,1)$ olduğundan $f(x)$ $(0,1)$ de türevlidir. ✓

③ $f(0)=f(1)=0$ ✓

①, ② ve ③ den dolayı $f(x)$'e $[0,1]$ de Rolle Teo. uygulanabilir. O zaman,

$f'(c)=\dfrac{c^2+4c-2}{(c+2)^2}=0$ olacak şekilde $c\in(0,1)$ vardır.

$\Downarrow$

$c^2+4c-2=0 \Rightarrow c_{1,2}=\dfrac{-4\mp\sqrt{16+8}}{2}=-2\mp\sqrt{6}$

$\boxed{c_1=-2+\sqrt{6}\in(0,1)}$ ✓ $c_2=-2-\sqrt{6}\notin(0,1)$ ✗

⊛ f ve g türevlenebilir ve $f'(2)=3$, $g(1)=2$, $g'(1)=1$ olsun. $h(x)=(f\circ g)(x^2)$ ise $h'(1)=?$

$h(x)=f(g(x^2)) \to h'(x)=f'(g(x^2)).\,g'(x^2).\,2x$

$$h'(1)=\underbrace{f'(\underbrace{g(1)}_{2})}_{3}.\underbrace{g'(1)}_{1}.\,2=\underline{\underline{6}}$$

(*) $x>0$ için $\sqrt{1+x} < 1+\frac{x}{2}$ olduğunu gösteriniz.

$f(x)=\sqrt{1+x}$ fonksiyonuna $[0,x]$ de O.D.T. uygulayalım.

① $f(x)=\sqrt{1+x}$ $x\geq -1$ için süreklidir; dolayısıyla $[0,x]$ de süreklidir.

② $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{1+x}}$ $x>-1$ için tanımlıdır. Dolayısıyla $f(x)$ $(0,x)$ de türevlidir.

① ve ② den dolayı $f(x)$ e $[0,x]$ de O.D.T. uygulanabilir.

$f'(c)=\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ olacak şekilde $c\in(0,x)$ vardır.

$\frac{1}{2\sqrt{1+c}}=\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ $\quad c\in(0,x) \Rightarrow \begin{matrix} c>0 \\ c<x \end{matrix}$

$c>0$ ise $\frac{1}{2\sqrt{1+c}}<\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}<\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{1+x}<\frac{x}{2}+1$ ✓

(*) $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ eğrisini çiziniz.

T.K $= D(f) = \mathbb{R} - \{2\} \Rightarrow \boxed{x = 2}$ D.A.

$$\begin{array}{r|l} x^2 - x - 1 & x - 2 \\ \underline{-\,x^2 - 2x} & x + 1 \\ x - 1 & \end{array}$$

$\rightarrow \boxed{y = x + 1}$ E.A. $\rightarrow$ (Y.A. yok)

$$y' = \frac{(2x-1).(x-2) - (x^2 - x - 1)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$$

$\nearrow x = 2$ ç.K.K. (K.N. değil)

$\searrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow \boxed{\begin{matrix} x = 1 \\ x = 3 \end{matrix}}$ K.N.

$$y'' = \frac{(2x-4).(x-2)^2 - 2(x-2).(x^2 - 4x + 3)}{(x-2)^4} = \frac{2}{(x-2)^3}$$

$\boxed{x = 2} \rightarrow$ (B.N. olamaz)

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
f'		+	0	−	T.S.Z	−	0	+	
f''		−		−	T.S.Z	+		+	
f	$-\infty$	↗		↘	T.S.Z $-\infty$ $+\infty$	↘		↗	$+\infty$

↗ 1 ↘ ↘ 5 ↗

$(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$ fonk. artan

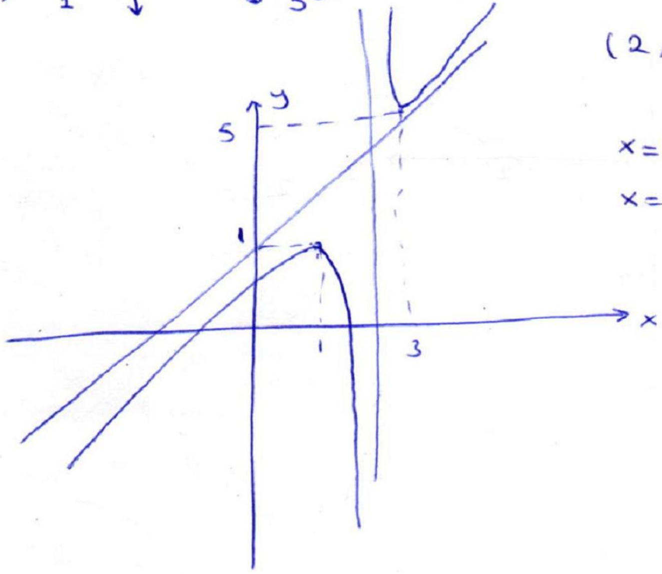
$(1, 2) \cup (2, 3)$ fonk. azalan

$(-\infty, 2) \rightarrow$ fonk. aşağı konkav

$(2, \infty) \rightarrow$ fonk. yukarı konkav

$x = 1 \rightarrow$ yerel max noktası

$x = 3 \rightarrow$ yerel min noktası



(*) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x+1}$ eğrisini çiziniz.

T.K $= D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$ $\Rightarrow$ $\boxed{x=-1}$ Düşey Asimptot

$$\begin{array}{r|l} x^2-4 & x+1 \\ \hline \underline{-x^2+x} & x-1 \\ -x-4 & \end{array} \rightarrow \boxed{y=x-1}$$ eğik asimptot $\Rightarrow$ yatay asimptot yok

$$y' = \frac{2x(x+1)-(x^2-4)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+4}{(x+1)^2}$$

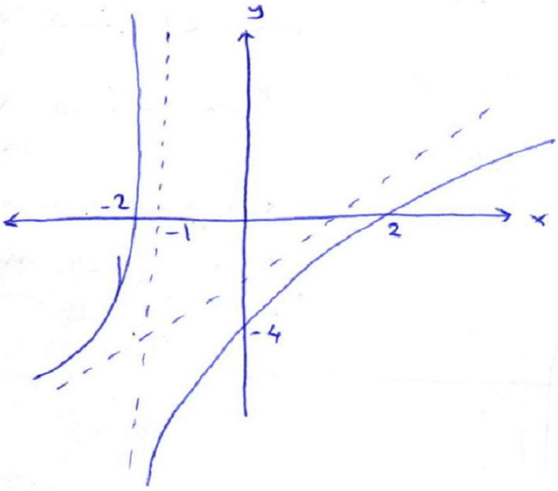
$x = \mp 1$ C.K.K (f' yü tanımsız yapar ancak K.N. değil)

$$y'' = -\frac{6}{(x+1)^3}$$ $\boxed{x=-1}$ (f'' yü tanımsız yapar ancak büküm noktası olamaz)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$	$\emptyset$	$+$
y''	$+$	$\emptyset$	$-$
	$-\infty$ ↗ $+\infty$		$-\infty$ ↗ $+\infty$

$x=0 \rightarrow y=-4$

$y=0 \rightarrow x=\mp 2$



4. $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ ile tanımlı f fonksiyonunun tanım kümesini ; artan ve azalan olduğu aralıkları ; varsa asimptotlarını ; varsa ekstremum değerlerini ; varsa büküm (dönüm) noktalarını bulunuz ve konkavlığını inceleyiniz. Tüm sonuçları **tek** bir tabloda göstererek f nin grafiğini çiziniz. *(25 puan)*

T.K. : $\mathbb{R} - \{2\}$

$\boxed{x=2}$ Düşey Asimptod $\left(\lim_{x \to 2^+} f(x) = \infty , \lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty \right)$

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x-2 \\ \hline -x^2-2x & x+2 \\ \hline 2x & \end{array} \Rightarrow \boxed{y = x+2} \text{ eğik Asimptod}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x-2) - x^2}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x}{(x-2)^2} \qquad \boxed{x=0 , x=4} \text{ kritik nokta}$$

$$f''(x) = \frac{(2x-4)(x-2)^2 - 2(x-2)(x^2-4x)}{(x-2)^4} = \frac{8}{(x-2)^3}$$

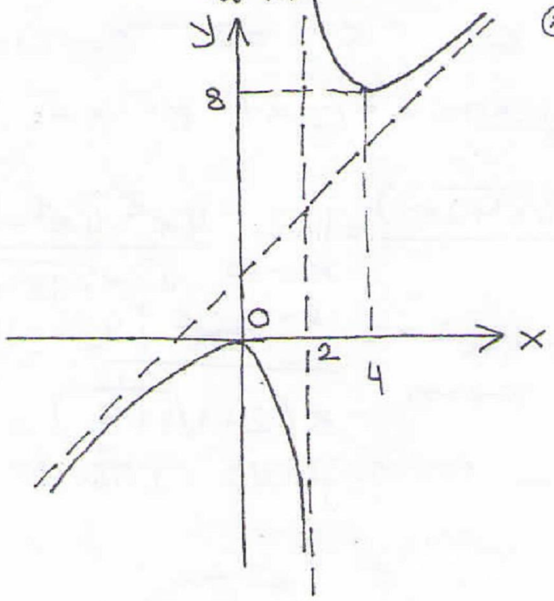
Büküm noktası yok

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0 0 T.SIZ	$-$	0	$+$	
y''		$-$		$-$	T.SIZ	$+$		$+$	
		↗	max	↘	$-\infty$ $+\infty$	↘	min	↗	

⊛ $(0,0)$ yerel maksimum
$(4,8)$ yerel minimum

⊛ $(-\infty,0) \cup (4,\infty)$ artan
$(0,2) \cup (2,4)$ azalan

⊛ $(-\infty,2)$ aşağı konkav
$(2,\infty)$ yukarı konkav



3. $f(x) = \frac{x^2}{x^2-9}$ fonksiyonunun tanım kümesini, eksenleri kestiği noktaları, artan ve azalan olduğu aralıkları, asimptotlarını, eğer varsa yerel ve mutlak ekstremum noktalarını, varsa dönüm (büküm) noktalarını bulunuz ve $y = f(x)$ eğrisinin konkavlığını inceleyiniz. Tüm sonuçları tek bir tabloda göstererek f nin grafiğini çiziniz.

(1) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \mp 3$ $\boxed{D(f) = \mathbb{R} - \{-3, 3\}}$ (1)

$x = 0 \Rightarrow y = 0$, $y = 0 \Rightarrow x = 0$ $\boxed{(0,0)}$ eksen kesim noktası (1)

(2) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$ ve $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$ olduğundan $\boxed{x = 3}$ düşey asimptot (1)

$\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = +\infty$ ve $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = -\infty$ olduğundan $\boxed{x = -3}$ düşey asimptot (1)

$\lim\limits_{x \to \mp\infty} f(x) = 1$ olduğundan $\boxed{y = 1}$ yatay asimptot (1)

(3) $f'(x) = \frac{2x(x^2-9) - x^2 \cdot 2x}{(x^2-9)^2} = \frac{-18x}{(x^2-9)^2}$ (2) ; $f''(x) = \frac{-18(x^2-9)^2 + 18x \cdot 2 \cdot 2x(x^2-9)}{(x^2-9)^4} = \frac{54x^2+16}{(x^2-9)}$ (2)

$\boxed{x = 0}$ kritik nokta (1)

	$-\infty$ ... -3	-3 ... 0	0 ... 3	3 ... ∞
$f'(x)$	$+ \nearrow$	$+ \nearrow$	$- \searrow$	$- \searrow$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	$+$
$x+3$	$-$	$+$	$+$	$+$
$f''(x)$	$+ \cup$	$- \cap$	$- \cap$	$+ \cup$

(4)

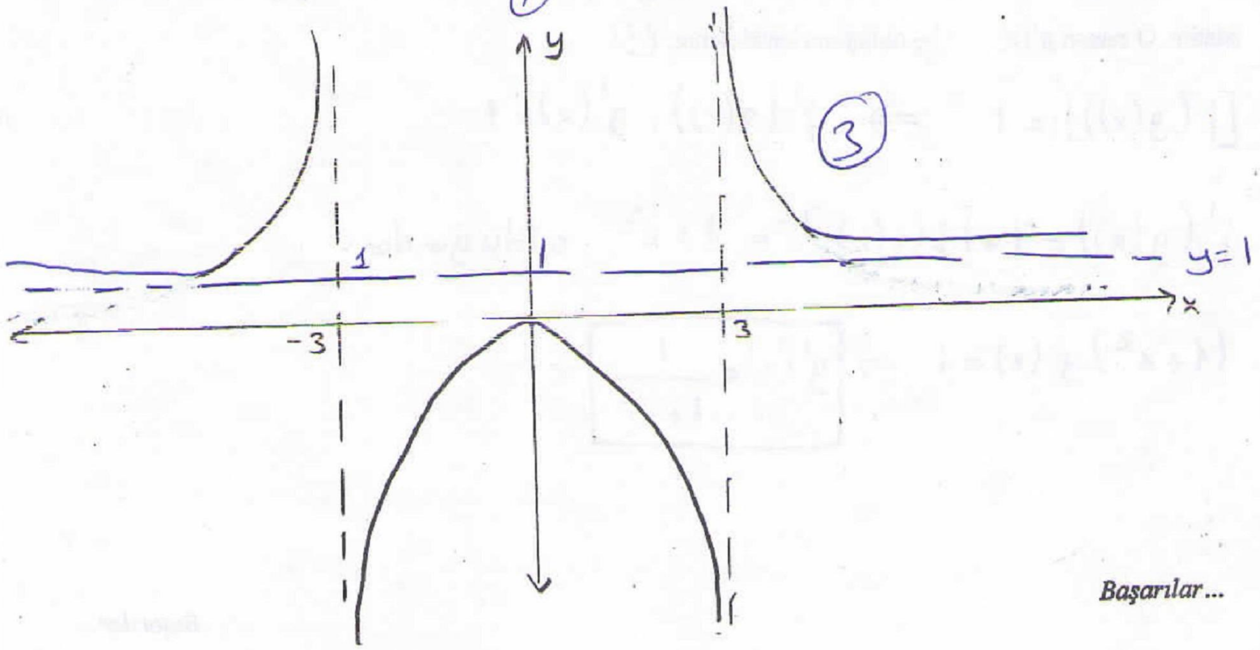
$(-\infty, -3)$ ve $(-3, \infty)$ da artan (1) (1)

$(0, 3)$ ve $(3, \infty)$ da azalan (1)

$f(0) = 0$ yerel maksimum (1)

$(-\infty, -3)$ ve $(3, \infty)$ yukarı konkav (1) (1)

$(-3, 3)$ aşağı konkav (1)



Başarılar...

(*) $\int \frac{x\,dx}{\cos^2 x} = ?$

$x = u \qquad \frac{dx}{\cos^2 x} = dv$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$dx = du \qquad v = \tan x$

$$\int \frac{x}{\cos^2 x}\,dx = x\tan x - \int \tan x\,dx$$

$$= x\tan x + \ln|\cos x| + C$$

(*) $\int (\ln x)^n dx$ integrali için bir indirgeme formülü bulup bu formül yardımıyla $\int \ln^3 x\,dx$ integralini hesaplayın.

$$I_n = \int (\ln x)^n dx = x(\ln x)^n - n\int \frac{\cancel{x}(\ln x)^{n-1}}{\cancel{x}}dx = x(\ln x)^n - n\underbrace{\int (\ln x)^{n-1}dx}_{I_{n-1}}$$

$(\ln x)^n = u \qquad dx = dv$

$\frac{n(\ln x)^{n-1}}{x}dx = du \qquad v = x$

$$\boxed{I_n = x(\ln x)^n - n\,I_{n-1}}$$

$I_1 \to \int \ln x\,dx = x\ln x - x + C$

$$\int \ln^3 x\,dx = x(\ln x)^3 - 3.\,I_2 = x(\ln x)^3 - 3\left[x(\ln x)^2 - 2I_1\right]$$

$$= x(\ln x)^3 - 3x(\ln x)^2 + 6x\ln x - 6x + C$$

(*) $$\int \tan^3 x.\sec^4 x\,dx = \int \underbrace{\tan^3 x}_{u^3}.\underbrace{\sec^2 x}_{1+u^2}.\underbrace{\sec^2 x\,dx}_{du} = \int (u^3 + u^5)\,du$$

$u = \tan x \qquad du = \sec^2 x\,dx$

$$= \frac{u^4}{4} + \frac{u^6}{6} + C$$

$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$

$$= \frac{(\tan x)^4}{4} + \frac{(\tan x)^6}{6} + C$$

(*) $$\int \frac{dx}{\sqrt{-15-8x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x+4)^2}} = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \operatorname{ArcSin} u + C$$

$$= \operatorname{ArcSin}(x+4) + C$$

$-(x^2+8x+15)$

$= -((x+4)^2 - 1)$

$= 1 - (x+4)^2$

$x + 4 = u$

$dx = du$

(*) $y = 1 + \frac{1}{x}\sin x^2$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarını araştırınız.

$x=0$ paydayı 0 yapar. Düşey asimptot mu?

$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x}\sin x^2\right) = \lim_{x\to 0}\left(1+\underbrace{x}_{0}\cdot\underbrace{\frac{\sin x^2}{x^2}}_{1}\right) = 1 \Rightarrow x=0$ düşey asimptot değil

$\lim_{x\to\infty}\left(1+\underbrace{\underbrace{\frac{1}{x}}_{\infty}\ \underbrace{\sin x^2}_{-1\le A\le 1}}_{0}\right) = 1 \Rightarrow \boxed{y=1}$ Yatay Asimptot

Sonuç: Düşey Asimptot yok

$y=1 \to$ Yatay Asimptot

(*) $f(x) = x^3+6x^2-15x+3$

a) Artan / Azalan olduğu aralıkları, max / min değerleri?

b) Konkavlığını ve büküm noktalarını inceleyin.

$f'(x) = 3x^2+12x-15$

$f''(x) = 6x+12$

$f'(x) = 3x^2+12x-15 = 0 \Rightarrow$ $x=1 \quad x=-5$ K.N.

$f''(x) = 6x+12 \Rightarrow \boxed{x=-2}$

x	$-\infty$	-5		-2		1	∞
f'	+	0	−		−	0	+
f''	−		−	0	+		+
f	↗	max	↘	B.N.	↘	min	↗

Sonuç

$x=-2$ Büküm noktası

$x=-5 \Rightarrow f(-5)=103$ max değer

$x=1 \Rightarrow f(1)=-5 \to$ min değer

$(-\infty,-5)\cup(1,\infty) \to$ Artan

$(-5,+1) \to$ Azalan

$(-\infty,-2) \to$ Aşağı Konkav

$(-2,\infty) \to$ Yukarı Konkav

YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi , Final Sınav Soru ve Cevap Kağıdı		Not Tablosu								
		1.a	1.b	2.a	2.b	3.a	3.b	4.a	4.b	Toplam
Adı Soyadı										
Numarası										
Bölümü		Grup No					Tarih		02.01.2017	
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I				Süre		100 dk		Sınıf	
Öğretim Üyesi							İmza			

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun ***Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin*** 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar.

1.a. $f(x) = ln[ln(lnx)] + \sqrt{9-x^2}$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

$\ln(\ln x) > 0$, $\ln x > 0$, $\underline{x > 0}$ $\quad 9 - x^2 \geq 0$

$\ln x > 1$ $\quad \underline{x > 1}$ $\quad \underline{-3 \leq x \leq 3}$

$\underline{x > e}$

$x > e$, $-3 \leq x \leq 3$

$D(f) = (e, 3]$

1.b. $\int ln\sqrt{x+1}\, dx$ integralini hesaplayınız.

$\ln\sqrt{x+1} = u \quad \Big| \quad dx = dv$

$\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}} dx = du \quad\quad x = v$

$= x \ln\sqrt{x+1} - \int x \left(\frac{1}{2(x+1)}\right) dx$

$= x \ln\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}\int \frac{x\,dx}{x+1}$

$= x \ln\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}\int\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= x \ln\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\ln(x+1) + C$

$= x \ln\sqrt{x+1} + \ln\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}x + C$

$= (x+1)\ln\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}x + C$

Başarılar…

⊛ $\int \sin x \cdot \ln(\tan x)\,dx$

$\ln(\tan x) = u \qquad \sin x\,dx = dv$

$\dfrac{\sec^2 x}{\tan x}\,dx = du \qquad \downarrow \qquad v = -\cos x$

$\dfrac{1}{\sin x \cdot \cos x}\,dx = du$

$$I = -\cos x \cdot \ln(\tan x) + \int \underbrace{\frac{\cancel{\cos x}}{\sin x \cdot \cancel{\cos x}}}_{\operatorname{cosec} x} \cdot dx$$

$$= -\cos x \cdot \ln|\tan x| + \ln|\operatorname{cosec} x + \cot x| + C$$

⊛ $0 < a_1 < a_2$ ise $2\sqrt{a_1} < \sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} < 2\sqrt{a_2}$ olduğunu O.O.T. ile gösterin.

$f(x) = \sqrt{x}$, $[a_1, a_2]$ olsun.

① $f(x)$, $[a_1, a_2]$'de süreklidir ② $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $[a_1, a_2]$ de tanımlı

O.O.T. uygulanabilir.

$$f'(c) = \frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{f(a_2) - f(a_1)}{a_2 - a_1} = \frac{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}}{a_2 - a_1} = \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_1}} \Rightarrow \boxed{2\sqrt{c} = \sqrt{a_2} + \sqrt{a_1}}\ *$$

$c \in (a_1, a_2) \Rightarrow a_1 < c < a_2 \Rightarrow 2\sqrt{a_1} < 2\sqrt{c} < 2\sqrt{a_2}$

↓ *'dan

$$\boxed{2\sqrt{a_1} < \sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} < 2\sqrt{a_2}}$$

⊛ O.O.T. ile $a, b > 0$ için $\left|\cos\frac{a}{3} - \cos\frac{b}{3}\right| \leq \frac{1}{3}|b-a|$ old. gösterin

$f(x) = \cos\frac{x}{3}$, $[a, b]$

⊛ $f(x)$, $[a,b]$ de sürekli, (a,b) de türevlidir.

$$f'(c) = \frac{-1}{3}\sin\frac{c}{3} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{\cos\frac{b}{3} - \cos\frac{a}{3}}{b - a} \qquad (a < c < b)$$

$$\Downarrow$$

$$-\sin\frac{c}{3} = \frac{3}{b-a} \cdot \left(\cos\frac{b}{3} - \cos\frac{a}{3}\right)$$

$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sin\frac{c}{3} \leq 1 \Rightarrow \left|\sin\frac{c}{3}\right| \leq 1 \Rightarrow \left|\frac{3}{b-a} \cdot \left(\cos\frac{b}{3} - \cos\frac{a}{3}\right)\right| \leq 1$

$$\left|\cos\frac{b}{3} - \cos\frac{a}{3}\right| \leq \frac{|b-a|}{3}$$

(*) $\int e^{-x}\cdot \ln(1+e^{x})\,dx \quad = -e^{-x}\cdot\ln(1+e^{x}) + \int \frac{1}{\underbrace{1+e^{x}}_{\frac{1}{e^{-x}}}}\,dx$

$\ln(1+e^{x}) = u \qquad e^{-x}dx = dv$

$\frac{e^{x}}{1+e^{x}}\,dx = du \qquad -e^{-x} = v$

$= -e^{-x}\cdot\ln(1+e^{x}) + \int \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}\,dx \qquad 1+e^{-x} = u, \quad -e^{-x}dx = du$

$= -e^{-x}\ln(1+e^{x}) - \underbrace{\int \frac{du}{u}}_{\ln|u|} = -e^{-x}\ln(1+e^{x}) - \ln|1+e^{-x}| + c$

(*) $\int_{1}^{e} \frac{\mathrm{ArcSin}(\ln x)}{x}\,dx = \int_{0}^{1} \mathrm{ArcSin}\,t\,dt = t\,\mathrm{ArcSin}\,t \Big|_{0}^{1} - \int_{0}^{1} \frac{t}{\sqrt{1-t^{2}}}\,dt$

$\ln x = t$

$\frac{dx}{x} = dt$

$x = e \to t = 1$

$x = 1 \to t = 0$

$\mathrm{ArcSin}\,t = u \qquad dt = dv$

$\frac{dt}{\sqrt{1-t^{2}}} = du \qquad v = t$

$= \underbrace{\mathrm{ArcSin}\,1}_{\frac{\pi}{2}} + \underbrace{\sqrt{1-t^{2}}\Big|_{0}^{1}}_{1} = \frac{\pi}{2} + 1$

(*) $\int \frac{\sin^{3}x}{\sqrt{\cos x}}\,dx = \int \frac{\overbrace{\sin^{2}x}^{1-\cos^{2}x}}{\sqrt{\cos x}}\cdot \sin x\,dx = \int \Big((\underbrace{\cos x}_{u})^{1/2} - (\underbrace{\cos x}_{u})^{3/2}\Big)\underbrace{\sin x\,dx}_{-du}$

$= \int (u^{3/2} - u^{1/2})\,du$

$= \frac{2}{5}(\cos x)^{5/2} - \frac{2}{3}(\cos x)^{3/2} + c$

(*) $\int \frac{dx}{x^{2}+4x+13} = \int \frac{dx}{9+(x+2)^{2}} = \int \frac{dx}{u^{2}+9} = \frac{1}{3}\mathrm{Arctan}\frac{u}{3} + c = \frac{1}{3}\mathrm{Arctan}\frac{x+2}{3} + c$

$x+2 = u$

$dx = du$

(*) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} = \int \frac{2u\,du}{(u^{2}+1)\cdot u} = \int \frac{2\,du}{1+u^{2}} = 2\mathrm{Arctan}\,u + c = 2\mathrm{Arctan}\sqrt{x-1} + c$

$x-1 = u^{2}$

$dx = 2u\,du$

YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi , II. Vize Sınav Soru ve Cevap Kağıdı	Not Tablosu							
	1.a	1.b	2.a	2.b	3.	4.a	4.b	Toplam

Adı Soyadı					
Numarası					
Bölümü		Gr No	Tarih	17.12.2016	
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I	Süre	[illegible] ~~90~~ dk	Sınıf	
Öğretim Üyesi	CEVAP ANAHTARI	İmza			

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar.

1.a. $x > -1$ ve $f(x) = \int_{-1}^{x} (t^2+9)^{Sint}\, dt$ olmak üzere $f''(0)$ değerini bulunuz.

$$f'(x) = (x^2+9)^{Sinx}$$

$$\ln f'(x) = (Sinx).\ln(x^2+9)$$

$$\frac{f''(x)}{f'(x)} = (Cosx).\ln(x^2+9) + \frac{2x}{x^2+9}.(Sinx)$$

$$f''(x) = (x^2+9)^{Sinx}.\left[(Cosx).\ln(x^2+9) + \frac{2x}{x^2+9}.(Sinx)\right]$$

$$f''(0) = ln9$$

1.b $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(3-e^{-\sqrt{x}}\right)}$ integralini hesaplayınız.

$$\left.\begin{array}{r} \sqrt{x} = u \\ \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = du \end{array}\right\} \int \frac{2du}{(3-e^{-u})} = \int \frac{2e^{u}du}{(3e^{u}-1)} = \frac{2}{3} In(3e^{u}-1) + c = \frac{2}{3} In\left(3e^{\sqrt{x}}-1\right) + c$$

İyi Şanslar...

(*) $f(x)=2x+1$ fonksiyonunun $[-1,1]$ deki ortalama değerini ve integraller için O.O.T. yi sağlayan c sayısını bulun.

$$f(c)=\tilde{f}=\frac{1}{1-(-1)}\int_{-1}^{1}(2x+1)\,dx=\frac{1}{2}\,(x^2+x)\Big|_{-1}^{1}=\boxed{1}$$

$$f(c)=1 \rightarrow 2c+1=1 \rightarrow \boxed{c=0}\in[-1,1]$$

(*) $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ olmak üzere $F(x)=\int_{\cos x}^{\sin x}\sqrt{1-t^2}\,dt$

ise $F'(x)=?$

Leibnitz formülünden

$$F'(x)=\sqrt{1-\sin^2x}\,.\,(\sin x)'-\sqrt{1-\cos^2x}\,.\,(\cos x)'$$
$$=\cos x\,.\,\cos x-\sin x\,.\,(-\sin x)=\cos^2x+\sin^2x=\underline{\underline{1}}$$

(*) $F(x)=\frac{1}{x}\int_{1}^{x}[2t-F'(t)]\,dt$ olsun. Leibnitz formülü kullanarak $F'(1)=?$

$$F'(x)=-\frac{1}{x^2}\,.\int_{1}^{x}(2t-F'(t))\,dt+\frac{1}{x}\left[(2x-F'(x)).1\right]$$

$$F'(1)\Rightarrow x=1\Rightarrow F'(1)=-1.\underbrace{\int_{1}^{1}(2t-F'(t))\,dt}_{0}+1.(2-F'(1))$$

$$F'(1)=2-F'(1)\rightarrow\boxed{F'(1)=1}$$

(*) $I = \int \frac{dx}{\sqrt{x}\,(x+1)\,((\text{ArcTan}\sqrt{x})^2 + 9)}$

$\text{ArcTan}\sqrt{x} = u$

$\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1+(\sqrt{x})^2}\,dx = du \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}\,(x+1)}\,dx = du$

$I = 2\int \frac{du}{u^2+9} = \frac{2}{3}\,\text{ArcTan}\,\frac{u}{3} + C = \frac{2}{3}\,\text{ArcTan}(\text{ArcTan}\sqrt{x}) + C$

(*) $\int \frac{18\,\text{Tan}^2x\,\text{Sec}^2x}{(2+\text{Tan}^3x)^2}\,dx = \int \frac{6}{u^2}\,du = -\frac{6}{u} + C$

$= -\frac{6}{(2+\text{Tan}^3x)} + C$

$2 + \text{Tan}^3x = u$

$3\,\text{Tan}^2x\,\text{Sec}^2x\,dx = du$

(*) $\int \frac{(2x-1).\,\text{Cos}\sqrt{3.(2x-1)^2+6}}{\sqrt{3.(2x-1)^2+6}}\,dx = \int \frac{\text{Cos}\,u}{6}\,du$

$= \frac{\text{Sin}\,u}{6} + C$

$\sqrt{3(2x-1)^2+6} = u$

$= \frac{\text{Sin}\sqrt{3(2x-1)^2+6}}{6} + C$

$\frac{3.2(2x-1).2\,dx}{2\sqrt{3.(2x-1)^2+6}} = du$

$\frac{6.(2x-1)\,dx}{\sqrt{3.(2x-1)^2+6}} = du$

⊛ $\int \sin^4x.\cos^3x\,dx = \int \underbrace{\sin^4x}_{u^4}.\underbrace{\cos^2x}_{1-u^2}.\underbrace{\cos x\,dx}_{du} = \int (u^4-u^6)\,du$

$u = \sin x$

$du = \cos x\,dx$

$$= \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + C$$

$$= \frac{(\sin x)^5}{5} - \frac{(\sin x)^7}{7} + C$$

⊛ $\int \sin^4x \cos^2x\,dx = \int \underbrace{\sin^2x.\cos^2x}_{\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)^2}.\underbrace{\sin^2x}_{\frac{1-\cos 2x}{2}}\,dx$

$$= \frac{1}{8}\int (1-\cos 2x).\sin^2 2x\,dx$$

$$= \frac{1}{8}\int (\underbrace{\sin^2 2x}_{\frac{1-\cos 4x}{2}} - \underbrace{\sin^2 2x.\cos 2x}_{\sin 2x = u})\,dx \qquad 2\cos 2x = du$$

$$= \frac{1}{8}\int \frac{1-\cos 4x}{2}\,dx - \frac{1}{8}\int u^2.\frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{16}\left(x - \frac{\sin 4x}{4}\right) - \frac{1}{8}.\frac{(\sin 2x)^3}{6} + c$$

⊛ $\int \sin 5x.\cos 3x\,dx = \int \frac{1}{2}(\sin 8x + \sin 2x)\,dx =$

$$= -\frac{1}{2}\frac{\cos 8x}{8} - \frac{1}{2}\frac{\cos 2x}{2} + c$$

⊛ $\int \cos 2x.\cos 3x\,dx = \int \frac{1}{2}(\cos 5x + \cos x)\,dx = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin 5x}{5} + \sin x\right) + c$

⊛ $\int x^3.\sin x^2\,dx = \frac{1}{2}\int t.\sin t\,dt = \frac{1}{2}\left[-t.\cos t + \underbrace{\int \cos t\,dt}_{\sin t}\right]$

$x^2 = t$

$2x\,dx = dt$

$\left\{\begin{array}{l} t = u \rightarrow dt = du \\ \sin t\,dt = dv \rightarrow v = -\cos t \end{array}\right\} = \frac{1}{2}\left(-x^2\cos x^2 + \sin x^2\right) + c$

⊛ $f(g(x))=x$, $f'(x)=1+(f(x))^2 \Rightarrow g'(x)=?$

$$f(g(x))=x \Rightarrow f'(g(x)) \cdot g'(x)=1$$

$$g'(x)=\frac{1}{f'(g(x))}=\frac{1}{1+(f(g(x)))^2}=\frac{1}{1+x^2}$$

$f(x)=3x^5-15x^4+15x^3$
max - min?
Artan/Azalan?

Çözüm

$f'=15x^4-60x^3+45x^2$

$\Rightarrow f'=15x^2(x^2-4x^3+3)=0$

$x=0$ Ç.K.K

$x=3$

$x=1$

x		0		1		3	
f'	+	0	+	0	−	0	+
f	↗		↗	∩	↘	∪	↗
				max		min	

$x=1$ max

$x=3$ min

Artan: $(-\infty,1)\cup(3,\infty)$

Azalan: $(1,3)$

⊛ $f(x)=x^2\sqrt{5-x}$ fonksiyonunun ekstremumları?

Tanım kümesi: $(-\infty,5]$

$$f'(x)=2x\sqrt{5-x}-\frac{x^2}{2\sqrt{5-x}}=\frac{5x(4-x)}{2\sqrt{5-x}}$$

$x=0$ $x=4$ (K.N)

$x=5$ (/Uç Nokta)

	$-\infty$		0		4		5	
f'		−	0	+	0	−		
f		↘	∪	↗	∩	↘		
			min		max		min	

$x=0 \rightarrow$ yerel min

$x=4 \rightarrow$ yerel max

$x=5 \rightarrow$ yerel min
(uç nokta min).